

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный
аграрный университет имени И. Т. Трубилина»

С. Н. Косников, А. Г. Добровольский, А. Л. Золкин

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Учебное пособие

Краснодар
«Новация»
2022

УДК 330.46 (075.8)

ББК 65.16

К71

Рецензент:

И. В. Ариничев – канд. экон. наук, доцент (Кубанский
государственный университет);

С. А. Дьяков – канд. экон. наук, доцент
(Кубанский государственный аграрный университет)

Косников С. Н.

К71 Основы математического моделирования социально-
экономических процессов : учеб. пособие /
С. Н. Косников, А. Г. Добровольский, А. Л. Золкин. –
Краснодар : Новация, 2022. – 165 с.

ISBN 978-5-00179-158-4

В учебном пособии освещены основные вопросы по использо-
ванию математических методов в качестве инструмента под-
держки принятия решений в социально-экономических системах.
Применение методов иллюстрируется примерами.

Предназначена для преподавателей, студентов и аспирантов
экономических специальностей, научных сотрудников, работни-
ков организаций и предприятий, руководителей органов государ-
ственного и муниципального управления.

УДК 330.46 (075.8)

ББК 65.16

© Косников С. Н., Добровольский А. Г.,
Золкин А. Л., 2022

© ФГБОУ ВО «Кубанский
государственный аграрный
университет имени
И. Т. Трубилына», 2022

ISBN 978-5-00179-158-4

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Косников Сергей Николаевич – к.э.н., доцент кафедры экономической кибернетики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина», г. Краснодар

Добровольский Александр Григорьевич – к.э.н., доцент кафедры экономической кибернетики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина», г. Краснодар

Золкин Александр Леонидович – к.т.н., доцент кафедры «Информатика и вычислительная техника», ФГБОУ ВО "Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики" (ПГУТИ); доцент кафедры естественно-научных дисциплин, Частное учреждение образовательная организация высшего образования "Медицинский университет "Реавиз" (Реавиз), г.Самара

1 ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СРЕДЕ MS EXCEL И OPTIM

1.1 Настройка инструмента «Поиск решения»

Инструмент «Поиск решения» – это надстройка для Microsoft Excel, которая позволяет найти оптимальное значение целевой функции, ограниченной системой уравнений и неравенств.

Для того, чтобы включить надстройку «Поиск решения» необходимо перейдите по вкладке «Файл» в группу «Параметры Excel», в появившемся окне выбрать вкладку «Надстройки» (рисунок 1).

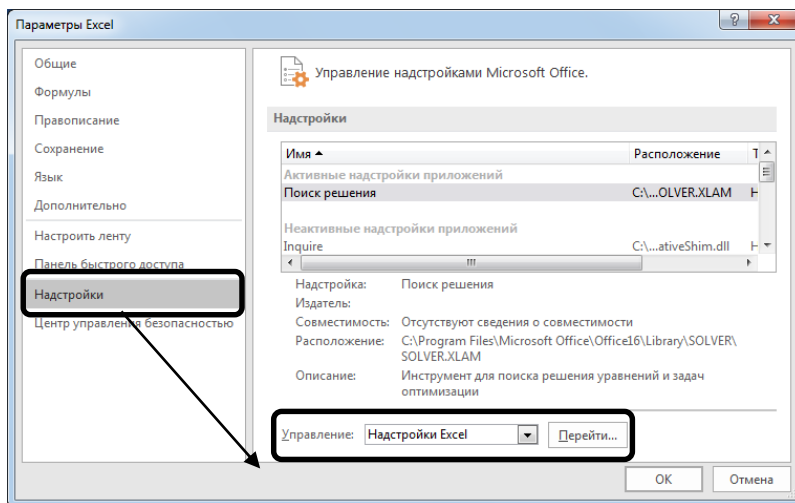


Рисунок 1 – Окно группы «Параметры»

Затем напротив пункта «Управление: Надстройки Excel» нажать кнопку «Перейти...». В окне «Надстройки» устанавливаем галочку напротив поля «Поиск решения» и нажать кнопку «ОК» (рисунок 2).

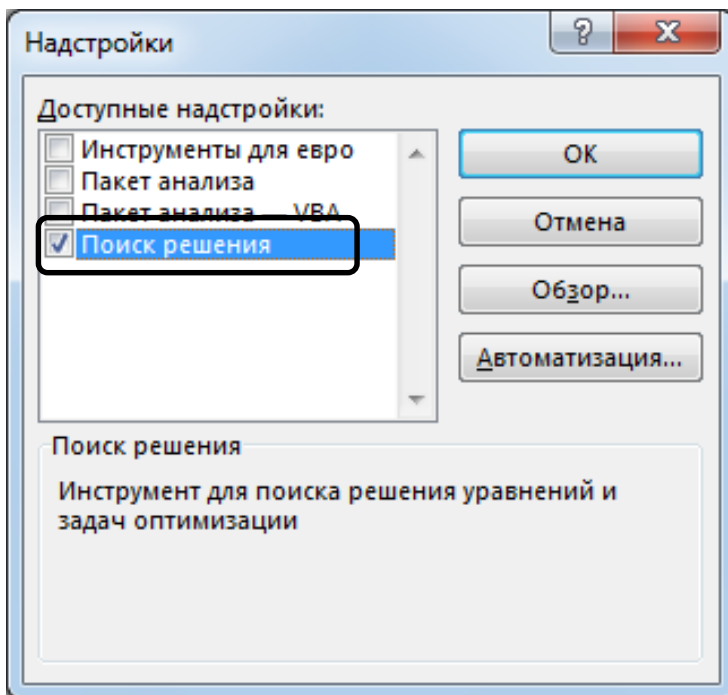


Рисунок 2 – Окно «Настройки»

Надстройка «Поиск решения» появится во вкладке «Данные» в группе «Анализ» (рисунок 3).

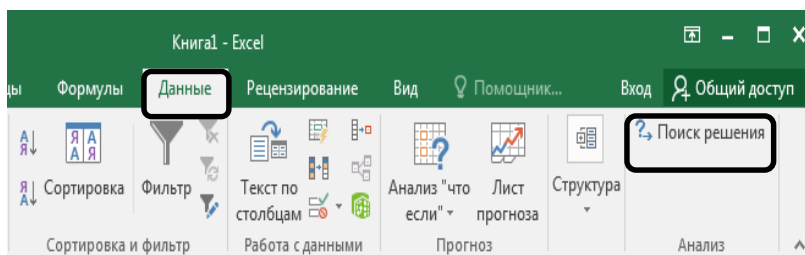


Рисунок 3 – Вкладка «Данные»

1.2 Параметры надстройки «Поиск решения»

Окно надстройки «Поиск решение» состоит из следующих групп элементов:

1. «**Оптимизировать целевую функцию**» для MS Excel начиная с версии 2010 (цифра 1 рисунок 4) или «**Установить целевую ячейку**» для MS Excel до версии 2010 (цифра 1 рисунок 5) – ввести ссылку на ячейку, в которой находится формула расчета целевой функции.

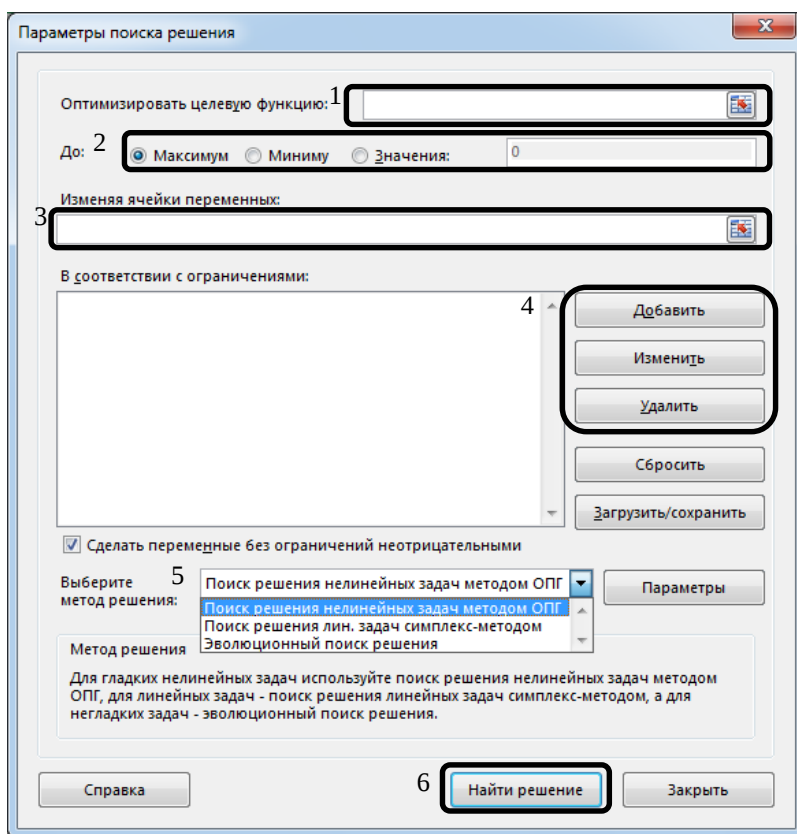


Рисунок 4 – Окно «Параметры поиска решения»
MS Excel начиная с версии 2010

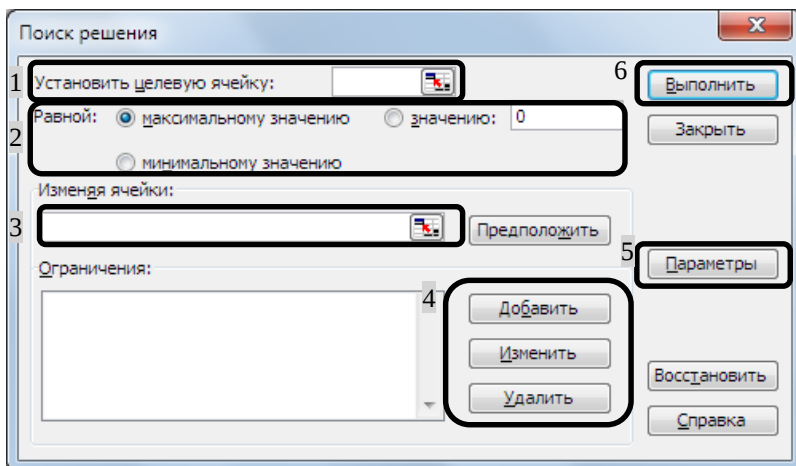


Рисунок 5 – Окно «Параметры поиска решения»
MS Excel до версии 2010

Для выбора целевой функции необходимо курсор мыши подвести к полю «Оптимизировать целую функцию» («Установить целевую ячейку») и нажать кнопку , которая позволит перейти к выбору ячейки с целевой функцией (рисунок 6).



Рисунок 6 – Окно выбора целевой функции

2. **«До: Максимум, Минимум, Значения:»** для MS Excel начиная с версии 2010 (цифра 2 рисунок 4) или **«Равной: максимальному значению, минимальному значению, значению:»** для MS Excel до версии 2010 (цифра 2 рисунок 5) – выбрать критерий поиска, позволяющий максимизировать или минимизировать целевую функцию.

В случае если требуется получить решение, в котором известно конкретное значение целевой функции, то следует ввести его в поле «**Значения:**».

3. «**Изменяя ячейки переменных:**» – выбрать ячейку или группу ячеек, которые будут являться переменными задачи (цифра 3 рисунок 4 или рисунок 5).

4. «**В соответствии с ограничениями**» – добавит, изменить или удалить ограничение задачи (цифра 4 рисунок 4 или рисунок 5).

Добавление ограничения осуществляется путем выбора соответствующих ячеек в окне «**Добавление ограничения**» (рисунок 7).

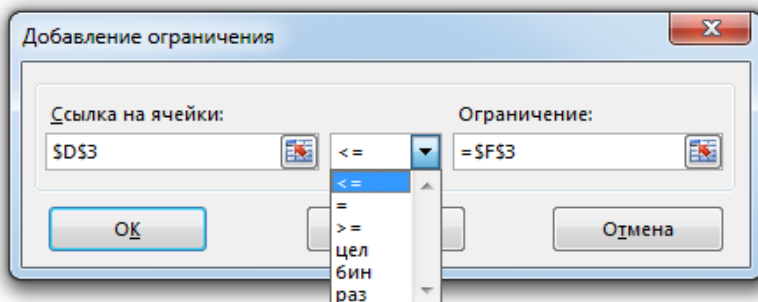


Рисунок 7 – Окно добавления ограничения задачи

В данном окне, при помощи кнопки  необходимо выбрать нужную ячейку или диапазон ячеек, а в открывающемся списке выбрать в соответствии с видом ограничения знаки больше, меньше или равно, а также целые (цел), бинарные (бин) или разные (раз) в зависимости от условий задачи.

Параметр «**целые**» – используется в случае если результаты должны быть целочисленными значениями.

Параметр «**бинарные**» – значение результата должно быть бинарное или двоичное, т. е. состоять из **1** или **0**.

Параметр «**разные**» – в случае если искомые значения должны быть разными.

5. Для версии MS Excel 2010 и выше:

«**Выберите метод решения**» – в зависимости от вида оптимизационной задачи список позволяет выбрать требуемый метод решения (цифра 5 рисунок 4), который определяется исходя из типа модели: для **линейных** моделей целесообразно использовать **симплексный метод**, а для **нелинейных** – метод **ОПГ** или **эволюционный поиск** решения.

Для версии MS Excel до 2010, необходимо нажать кнопку «**Параметры**» и выбрать пункты «**Линейная модель**» и «**Неотрицательные значения**» (рисунок 8).

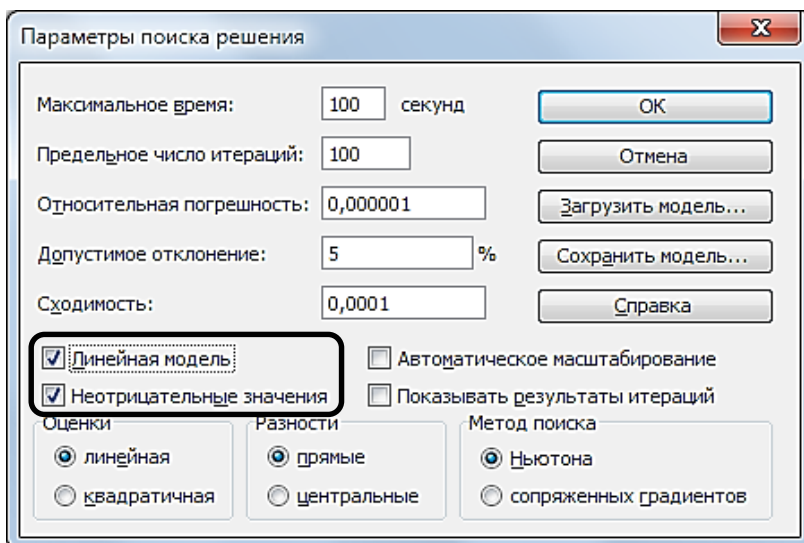


Рисунок 8 – Окно добавления ограничения задачи

6. Введя все необходимые данные следует нажать кнопку «**Найти решение**» или «**Выполнить**» в зависимости от версии MS Excel.

1.3 Постановка задачи и составление математической модели

Условие задачи: компания ОАО «Молокозавод» осуществляет производство сливочного масла и сгущенного молока. На производство 1 т сливочного масла и сгущенного молока требуется соответственно 10820 и 2980 кг молока. Производственные затраты на 1 т сливочного масла составляют 10,1 маш.-ч, сгущенного молока – 8,1 маш.-ч. На упаковку и фасовку 1 т масла и сгущенного молока заняты автоматизированные линии в течение 3,3 и 8,2 маш.-ч соответственно. Для производства молочной продукции завод может использовать 54100 кг цельного молока. Производственное оборудование, в течении одной смены, может быть использовано в количестве 80,7 маш.-ч, а автоматизированная линия по упаковке и расфасовки в течение 65,4 маш.-ч. Прибыль от реализации 1 т масла составляет 5,8 тыс. руб., а сгущенного молока – 5,5 тыс. руб. Компания ОАО «Молокозавод» согласно договорных обязательств должна ежедневно производить не менее 2 т масла и 4 т сгущенного молока, расфасованного в фирменную упаковку.

Необходимо определить объем производства продукции, при котором валовая прибыль будет максимальной, а имеющиеся ресурсы использованы рационально.

Решение:

1. Составим экономико-математическую модель задачи

1.1. Составим целевую функцию

Исходя из условий задачи, необходимо определить **объем** производства сливочного масла и сгущенного мо-

лока в заданных производственных условиях, при котором **прибыль будет максимальна.**

Валовая прибыль в данной задачи рассчитывается по следующей формуле:

$$\text{Валовая прибыль} = \begin{array}{c} \text{прибыль от} \\ \text{реализации} \\ 1 \text{ т сливоч-} \\ \text{ного масла} \end{array} \times \begin{array}{c} \text{объем про-} \\ \text{изводства} \\ \text{сливочного} \\ \text{масла} \end{array} + \begin{array}{c} \text{прибыль от} \\ \text{реализации} \\ 1 \text{ т сгущен-} \\ \text{ного молока} \end{array} \times \begin{array}{c} \text{объем про-} \\ \text{изводства} \\ \text{сгущенного} \\ \text{молока} \end{array}.$$

В задачи прибыль на единицу продукции известна, а объемы производства сливочного масла и сгущённого молока следует определить – значит объемы примем за неизвестные.

Таким образом, целевая функция (валовая прибыль) будет выглядеть следующим образом:

$$C(\text{Валовая прибыль}) = 5,8 \cdot x_1 + 5,5 \cdot x_2 \rightarrow \max,$$

где 5,8 и 5,5 – прибыль от реализации 1 т сливочного масла и сгущенного молока соответственно, тыс. руб;

x_1 – объем производства сливочного масла, т;

x_2 – объем производства сгущенного молока, т.

1.2. Составим систему ограничений

Группа ограничений по производственным ресурсам

А. Ограничение по использованию цельного молока

Для производства молочной продукции завод может использовать в сутки, только доступное ему количество молока, которое ограничено емкостями для хранения и составляет 54100 кг. Нормы расхода цельного молока на производство сливочного масла и сгущенного молока известны и равны соответственно – 10820 и 2980 кг.

Требуемый для производства объем молока рассчитывается по следующей формуле:

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{Объем} & & & & & & & & \\ \text{молока,} & & & & & & & & \\ \text{необхо-} & & & & & & & & \\ \text{димого} & = & \text{Нормы рас-} & & \text{объем про-} & + & \text{Нормы рас-} & & \text{объем про-} \\ \text{для про-} & & \text{хода молока} & \times & \text{изводства} & & \text{хода молока} & \times & \text{изводства} \\ \text{извод-} & & \text{на 1 т сли-} & & \text{сливочного} & & \text{на 1 т сгу-} & & \text{сгущенного} \\ \text{ства} & & \text{вочного} & & \text{масла} & & \text{щенного мо-} & & \text{молока} \\ & & \text{масла} & & & & \text{лока} & & \end{array}$$

В математической форме данная запись будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{array}{l} \text{Объем молока, необходимого} \\ \text{для производства} \end{array} = 10820 \cdot x_1 + 2980 \cdot x_2$$

Максимальное количество молока, которое может быть использовано в процессе производства ограничено емкостями для хранения (54100 кг), что является ограничением в производстве, которое можно записать следующим образом:

$$\begin{array}{l} \text{Объем молока, необходимого} \\ \text{для производства} \end{array} \leq 54100$$

В математической форме ограничение по использованию цельного молока записывается следующим образом:

$$10820x_1 + 2980x_2 \leq 54100,$$

где $10820x_1 + 2980x_2$ — требуемое количество молока для всего производства, т;

54100 — максимальных объем цельного молока, который может быть использован в процессе производства, т.

В. Ограничение по использованию производственного оборудования в течение одной смены.

В течение одной смены максимальный объем использования производственного оборудования составляет

80,7 маш.-ч. Нормы производственных затрат на 1 т продукции известны и составляют 10,1 и 8,1 маш.-ч сливочного масла и сгущенного молока соответственно.

Ограничение по использованию производственного оборудования выглядит следующим образом:

$$10,1x_1 + 8,1x_2 \leq 80,7,$$

- где $10,1x_1 + 8,1x_2$ – сумма производственных затрат, необходимых для осуществления производства продукции, маш.-ч;
- 80,7 – максимальных объем использования оборудования в течении смены, который может быть задействован в процессе производства, маш.-ч

С. Ограничение по использованию автоматизированной линии по упаковке и расфасовке

Максимальное количество машино-часов, которое может быть использовано в ходе производстве составляет 65,4 маш.-ч. Норма затрат на упаковку и расфасовку одной единицу продукции составляет – 3,3 и 8,2 маш.-ч соответственно для сливочного масла и сгущенного молока.

Ограничение выглядит следующим образом:

$$3,3x_1 + 8,2x_2 \leq 65,4$$

- где $3,3x_1 + 8,2x_2$ – суммарный объем затрат времени оборудованием по упаковке и фасовке в течении одной смены, маш.-ч;
- 80,7 – максимальных объем использования оборудования по упаковке и фасовке в течении смены, который может быть задействован в данном процессе, маш.-ч.

Группа ограничений по условиям производства

D. Условие по минимальному производству сливочного масла.

Согласно договоров поставки ОАО «Молокозавод» обязан ежедневно осуществлять отгрузку сливочного масла в объеме 2 т.

Данное ограничение можно записать следующим образом:

$$x_1 \geq 2,$$

где x_1 — объем производства сливочного масла, т.;
2 — минимальный объем производства, который оговорен договорами поставки, т.

Е. Условие по минимальному производству сгущённого молока.

Аналогично, как и со сливочным маслом, ОАО «Молокозавод» осуществляет ежедневные отгрузки сгущённого молока, срыв которой несет за собой ряд экономических санкций, со стороны партнеров. Соответственно, при расчет оптимального объема производства, необходимо учесть данное условие. Минимальный объем производства сгущённого молока должен составлять 4 т.

Данное ограничение можно записать следующим образом:

$$x_2 \geq 4,$$

где x_2 — объем производства сгущённого молока, т.;
4 — минимальный объем производства сгущённого молока, необходимый для удовлетворения потребностей партнеров, т.

1.3. Составим числовую модель задачи

Числовая модель представляет собой систему алгебраических уравнений и неравенств, отражающих взаимосвязи и взаимовлияния между искомыми переменными задачи.

Числовая модель оформляется в виде таблицы, колонки которой содержат переменные задачи, а строки ограничения. Последняя строка – строка целевой функции.

Перенесем полученные ранее уравнения и неравенства в таблицу, так как показано в таблице 1.

Таблица 1 – Числовая модель задачи

Наименование ограничения	Объем производства сливочного масла, т	Объем производства сгущенного молока, т	Вид ограничения	Объем ограничения
	x_1	x_2		
Ограничение по использованию цельного молока, кг	10820	2980	$\leq$	54100
Ограничение по использованию производственного оборудования, маш.-ч	10,1	8,1	$\leq$	80,7
Ограничение по использованию автоматизированная линия по упаковки и расфасовки, маш.-ч	3,3	8,2	$\leq$	65,4
Условие по минимальному производству сливочного масла, т.	1	0	$\geq$	2
Условие по минимальному производству сгущенного молока, т	0	1	$\geq$	4
Валовая прибыль, тыс. руб.	5,8	5,5	$\rightarrow$	MAX

1.4 Решение задачи при помощи MS Excel

Для создания макета числовой модели в MS Excel необходимо запустить программу MS Excel и на новом листе оформить числовую модель в соответствии с рисунком 9.

	A	B	C	D	E	F
1	Наименование ограничения	Объем про- изводства сливочного масла, т	Объем про- изводства сгущенного молока, т	Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		0	0			
3	Ограничение по использова- нию цельного молока, кг	10820	2980		≤	54100
4	Ограничение по использова- нию производственного обо- рудования, маш.-ч	10,1	8,1		≤	80,7
5	Ограничение по использова- нию автоматизированная ли- ния по упаковки и расфа- совки, маш.-ч	3,3	8,2		≤	65,4
6	Ограничение по минималь- ному производству сливоч- ного масла, т	1	0		≥	2
7	Ограничение по минималь- ному производству сгущён- ного молока, т	0	1		≥	4
8	Валовая прибыль, тыс. руб.	5,8	5,5	=		

Рисунок 9 – Макет числовой модели созданный в MS Excel

Запись левой части первого ограничения

$$10820x_1 + 2980x_2,$$

может быть представлена как сумма перемноженных ячеек

$$=B2 \cdot B3 + C2 \cdot C3,$$

либо как функция

$$=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B3:C3)^1.$$

В ячейки, в которых нет числовых значений, необходимо ввести формулы, представленные в таблице 2.

Таблица 2 – Наименование ячеек и формулы, содержащиеся в них

Наименование ячейки	Формула
D3	=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B3:C3)
D4	=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B4:C4)
D5	=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B5:C5)
D6	=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B6:C6)
D7	=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B7:C7)
F8	=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B8:C8)

После ввода всех формул, необходимо перейти на вкладку «**Данные**», в группе «**Анализ**» нажать кнопку «**Поиск решения**».

Целевая функция (валовая прибыль) рассчитывается в ячейке F8, поэтому в «**Оптимизировать целевую функцию**» следует ввести ссылку на данную ячейку или нажать кнопку , которая позволит перейти к выбору ячейки с целевой функцией (рисунок10).

¹ Функция СУММПРОИЗВ(массив1; массив2; ...) – перемножает соответствующие элементы заданных массивов и возвращает сумму произведений.

ющемся списке выбрать в соответствии с видом ограничения знаки больше, меньше или равно, а также целые (цел), бинарные (бин) или разные (раз) в зависимости от условий задачи.

В зависимости от уровня владения навыками работы в MS Excel возможны сокращённые записи ограничений задачи.

Запись ограничений может осуществляться по каждой ячейке отдельно, как это представлено на рисунке 13.

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

-
-
-
-
-

☒ Сделайте переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Найти решение

Рисунок 13 – Окно «Параметры поиска решения» заполненное в соответствии с условиями задачи

А также можно оформить в виде диапазона ячеек $D3:D5 \leq F3:F5$ и для первых двух ограничений и $D6:D7 \geq F6:F7$ для ограничений по минимальным объемам производства продукции (рисунок 14).

Рисунок 14 – Окно «Параметры поиска решения» заполненное в соответствии с условиями задачи

Завершением ввода данных является нажатие кнопки «**Найти решение**» (рисунок 6).

	A	B	C	D	E	F
1	Наименование ограничения	Объем производства сливочного масла, т	Объем производства сгущенного молока, т	Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		2,35336067	7,028525584			
3	Ограничение по использованию цельного молока, кг	10820	2980	46408,36869	≤	54100
4	Ограничение по использованию производственного оборудования, маш.-ч	10,1	8,1	80,7	≤	80,7
5	Ограничение по использованию автоматизированная линия по упаковке и расфасовки, маш.-ч	3,3	8,2	65,4	≤	65,4
6	Ограничение по минимальному производству сливочного масла, т.	1	0	2,35336067	≥	2
7	Ограничение по минимальному производству сгущенного молока, т	0	1	7,028525584	≥	4
8	Валовая прибыль, тыс. руб.	5,8	5,5	=		52,306383

Рисунок 15 – Полученное решение оптимизационной задачи с использование инструмента «Поиск решения» MS Excel

Вывод: Для достижения максимальной валовой прибыли молокозаводу необходимо производить сливочное масло в объеме 2,35 т и сгущенное молоко в объеме 7,03 т.

Валовая прибыль составила 52,30 тыс. руб., в т. ч. от производства сливочного масла ($5,8 \cdot 2,35 = 13,63$ тыс. руб.) и от производства сгущенного молока ($5,5 \cdot 7,03 = 38,67$ тыс. руб.).

В ходе производства будет использовано цельного молока в объеме 46408,4 кг, в т. ч. на производство сливочного масла ($10820 \cdot 2,35 = 25427$ кг) и на производство сгущенного молока ($2980 \cdot 7,03 = 20949,4$ кг).

Производственное оборудование и автоматизированные линии по упаковке и расфасовки будут использованы на полную мощность – 80,7 маш.-ч и 65,4 маш.-ч соответственно.

Условия выполнения договорных обязательств по производству сливочного масла и по производству сгущенного молока выполнены.

1.5 Решение задачи при помощи OPTIM V.2²

Первоначально необходимо запустить программу Optim, путем двойного щелчка по ярлыку на рабочем столе



или в соответствующем разделе меню Windows.

В программе нажать кнопку создать (рисунок 16) и ввести необходимое количество переменных и ограничений задачи, так как это показано на рисунке 17. Далее следует ввести коэффициенты ограничений и целевой функции, вид и объем ограничения, а также критерий оптимальности (максимум или минимум).

² Программа Optim разработана автором, что подтверждается свидетельством о регистрации (приложении А).

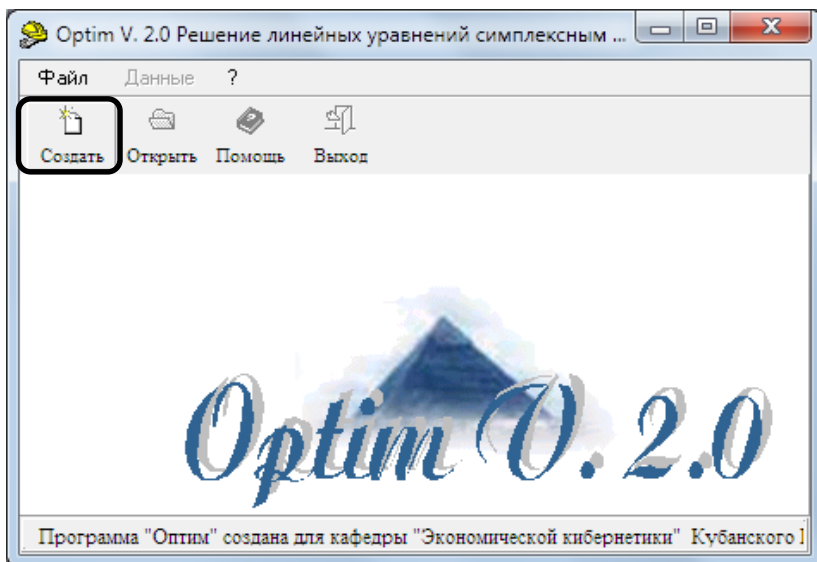


Рисунок 16 – Окно программы Optim V. 2.0

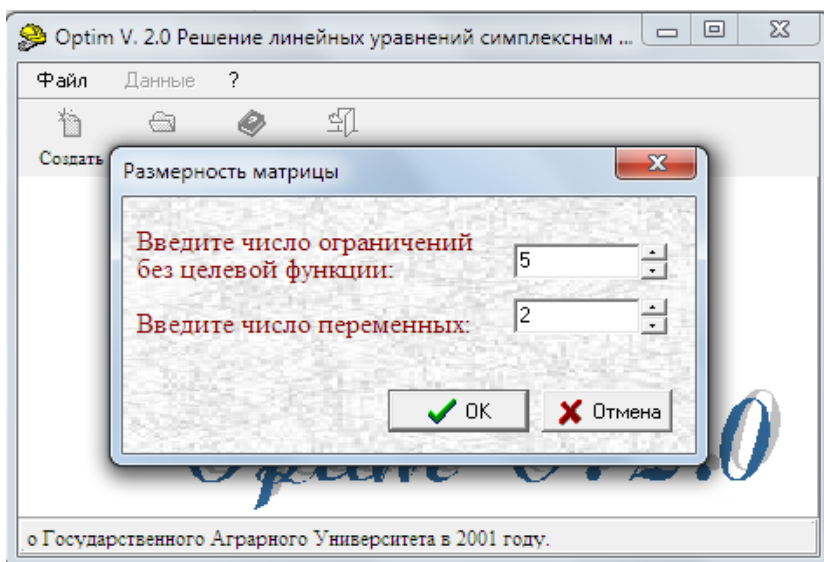


Рисунок 17 – Окно ввода размера матрицы задачи
в программе Optim V. 2.0

После ввода всех данных задачи, необходимо нажать кнопку расчет (рисунок 18), в результате появится окно программы с полученным решением (рисунок 19).

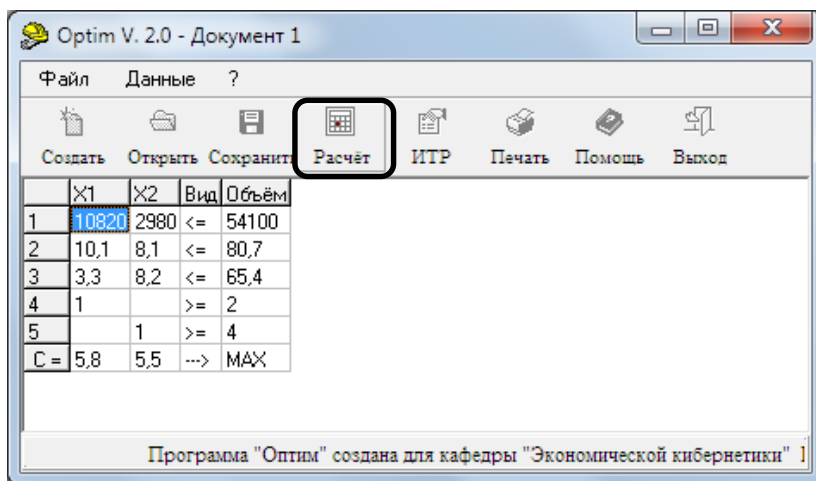


Рисунок 18 – Введенные данные задачи в программе Optim V. 2.0

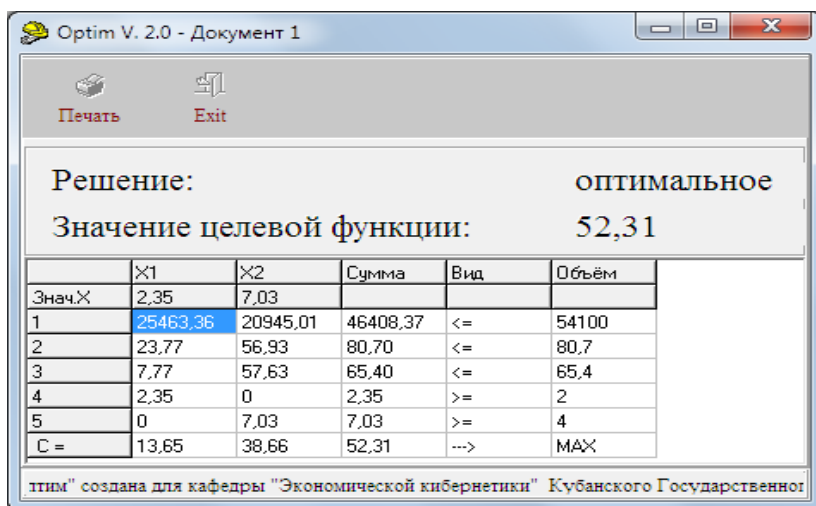


Рисунок 19 – Результат решения задачи в программе Optim V. 2.0

В результате решение является оптимальным, значение целевой функции равно 52,31 руб. (прибыль), целесообразно производить 2,35 т сливочного масла и 7,03 т сгущенного молока.

Прибыль от производства сливочного масла составит 13,63 тыс. руб. ($5,8 \cdot 2,35$), а от производства сгущенного молока 38,67 тыс. руб. ($5,5 \cdot 7,03$).

В ходе производства будет использовано цельного молока в объеме 46408,4 кг, в т.ч. на производство сливочного масла ($10820 \cdot 2,35 = 25427$ кг) и на производство сгущенного молока ($2980 \cdot 7,03 = 20949,4$ кг).

Производственное оборудование и автоматизированные линии по упаковке и расфасовки будут использованы на полную мощность – 80,7 маш.-ч и 65,4 маш.-ч соответственно.

Условия выполнения договорных обязательств по производству сливочного масла и по производству сгущенного молока выполнены.

2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА

Цель – освоить и закрепить на практике знания о планировании производства продукции и нахождении оптимальных параметров производственных предприятий при помощи математических методов моделирования и оптимизации.

План занятия:

1. Изучить и усвоить роль и значение планирования производства в современных условиях, а также теоретические основы задачи оптимального планирования производства.

2. Составить математическую модель производственного предприятия и определить оптимальные параметры производственного предприятия в зависимости от поставленных условий

2.1 Роль и значение планирования производства в современных условиях

Планирование производства – представляется собой процесс по разработке краткосрочных планов, основанный на определении общего уровня объемов производства и прочих мер с целью достижения запланированного уровня сбыта (плана продаж) при соответствии общим целям хозяйственной деятельности по рентабельности, производительности, времени от получения до выполнения заказа и т. д., в соответствии с общей программой хозяйственной деятельности предприятия³.

³ URL: <https://www.galaktika.ru/amm/proizvodstvennoe-planirovanie.html>.

На основе планирования производства определяются⁴: потребность в производственных ресурсах; потребность в персонале; потребность в складских помещениях; потребность в транспортных средствах; приблизительные издержки на осуществление производственных и логистических функций предприятия; экономический эффект от осуществленной производственной (или другой) деятельности.

Планирование производства продукции (услуг) охватывает следующие вопросы: разработку плана поставок и реализации продукции; разработку производственной программы выпуска продукции; разработку баланса производственной мощности.

В условиях рыночной экономики планирование всегда будет занимать центральное место в механизме управления в качестве способа достижения цели на основе сбалансированности и последовательности выполнения всех производственных операций. Это обязательное условие своевременной подготовки материалов, сырья, комплектующих изделий, средств технологического оснащения для производства конечной продукции, создания необходимых запасов, подготовки кадров и т. п.

2.2 Общая задача оптимального планирования производства

Общую задачу оптимального планирования можно представить следующим образом. Организация производить n -единиц продукции, список которой можно представить как $1 \dots j \dots n$. Минимальное производство продукции гарантировано существующим планом и должно составлять не менее q'_1 единиц продукции 1 вида ... не менее q'_j единиц продукции j -го вида ... не менее q'_n единиц продукции n

⁴ URL: <https://znaytovar.ru/new2705.html>.

вида. Производство продукции может быть перевыполнено, но в определенных границах, согласно полученным данным о максимальных размерах спроса на данную продукцию, т. е. не более чем q_1'' единиц продукции 1 вида ... не более q_j'' единиц продукции j -го вида ... не более q_n'' единиц продукции n вида.

В ходе производства будут использованы m -видов ресурсов, список которых можно представить, как $1 \dots i \dots m$. Максимальное количество имеющихся ресурсов ограничено возможностями организации, поэтому количество использованных ресурсов в производстве должно быть не более чем $b_1 \dots b_i \dots b_m$. Количество ресурса необходимого для производства единицы продукции обозначим a_{ij} , например, количество первого ресурса, необходимого для производства одной единицы первого вида продукции обозначается как a_{11} , а для второго вида продукции – a_{12} и т. д.

Основной целью организации является получение максимальной прибыли. Прибыль от реализации продукции 1 вида составит c_1 руб. ... продукции j -го вида – c_j руб. ... продукции n вида – c_n руб.

Требуется определить, какое количество продукции 1 вида x_1 ед., 2 вида x_2 ед., 3 вида x_3 ед. ... j -го вида x_j ед. ... n вида x_n ед. производить, чтобы поставленный план был выполнен, имеющиеся ресурсы были использованы по максимуму, а прибыль была бы максимальной.

Запишем задачу в форме линейного программирования.

Целевая функция (прибыль):

$$C(\text{прибыль}) = c_1 \cdot x_1 + \dots + c_j \cdot x_j + \dots + c_n \cdot x_n \rightarrow \max.$$

При условиях:

1. Имеющиеся ресурсы будут использованы максимально, но не более чем в наличии.

Ограничение по использованию первого ресурса, ед:

$$a_{11} \cdot x_1 + \dots + a_{1j} \cdot x_j + \dots + a_{1n} \cdot x_n \leq b_1.$$

Ограничение по использованию i -го ресурса, ед:

$$a_{i1} \cdot x_1 + \dots + a_{ij} \cdot x_j + \dots + a_{in} \cdot x_n \leq b_i.$$

Ограничение по использованию последнего ресурса, ед:

$$a_{m1} \cdot x_1 + \dots + a_{mj} \cdot x_j + \dots + a_{mn} \cdot x_n \leq b_m.$$

2. Количество произведенной продукции должно быть гарантировано согласно плана производства

Условие по минимальному производству первого вида продукции, ед:

$$x_1 \geq q'_1.$$

Условие по минимальному производству j -го вида продукции, ед:

$$x_j \geq q'_j.$$

Условие по минимальному производству последнего вида продукции, ед:

$$x_n \geq q'_n.$$

Условие по максимальному производству первого вида продукции, ед:

$$x_1 \leq q''_1.$$

Условие по максимальному производству j -го вида продукции, ед:

$$x_j \leq q''_j.$$

Условие по максимальному производству последнего вида продукции, ед:

$$x_n \leq q''_n.$$

Символьная модель задачи оптимального планирования производства представлена в таблице 3.

Таблица 3 – Символьная модель задача оптимального планирования производства

Наименование	Продукция:					Вид ограничения	Объем ограничения
	1	...	j	...	n		
Первый ресурс, ед	a_{11}	...	a_{1j}	...	a_{1n}	$\leq$	b_1
...			...				
i-й ресурс, ед	a_{i1}	...	a_{ij}	...	a_{in}	$\leq$	b_i
...			...				
Последний ресурс, ед	a_{m1}	...	a_{mj}	...	a_{mn}	$\leq$	b_m
Условие по минимальному производству первого вида продукции, ед	1					$\geq$	q'_1
...			...				
Условие по минимальному производству j-го вида продукции, ед			1			$\geq$	q'_2
...			...				
Условие по минимальному производству последнего вида продукции, ед					1	$\geq$	q'_3
Условие по максимальному производству первого вида продукции, ед	1					$\leq$	q''_1
...			...				
Условие по максимальному производству j-го вида продукции, ед			1			$\leq$	q''_2
...			...				
Условие по максимальному производству последнего вида продукции, ед					1	$\leq$	q''_3
С (прибыль)	c_1	...	c_j	...	c_n	$\rightarrow$	Max

Задание: составить и получить оптимальные параметры растениеводческой бригады

Ситуация

Бригадиру растениеводческой производственной бригады, дано задание: определить оптимальную структуру растениеводческой бригады, которая даст максимальную **прибыль**; учесть имеющиеся **ресурсы и условия**, в случае нехватки отдельных ресурсов определить каких ресурсов не хватает, с целью полного освоения имеющихся площадей.

Выполнить и дать письменные ответы в тетради:

1. Составить экономико-математическую модель растениеводческой производственной бригады по индивидуальному варианту, согласно данных таблиц 4, 5 и 6.

2. Найти оптимальные размеры посевных площадей, при условии, что **прибыль** будет максимальной.

3. Найти оптимальные размеры посевных площадей, при условии, что **выручка** будет максимальной.

4. Найти оптимальные размеры посевных площадей, при условии, что **себестоимость** продукции будет минимальной.

5. Определить какие параметры следует увеличить, чтобы вся имеющаяся **площадь** была использована полностью.

6. Определить каких параметры следует увеличить или сократить, чтобы все имеющиеся **трудовые ресурсы** были использованы полностью.

7. Что произойдет, если **цены** на продукцию увеличатся на 3, 7 и 9 %.

Таблица 4 – Основные параметры сельскохозяйственные культур

Наименование	Урожай- ность, ц с 1 га	Затраты труда на 1 га, чел.-ч.	Топливо на 1 га, ц	Семена на 1 га, ц	Удобрения (азотные) на 1 га, ц	Цена реа- лизации, руб. за 1 ц	Себестои- мость про- изводства 1 ц, руб.
Зерновые и зернобобовые культуры							
из них:							
пшеница озимая	57,5	12,62	0,81	2,5	1,1	980	970
пшеница яровая	34,1	26,7	0,92	2,3	1,3	1800	1680
рожь озимая	34,9	31,4	0,73	1,9	0,9	1500	1550
ячмень озимый	59,5	28,7	0,74	2,7	0,8	1700	1680
ячмень яровой	34,8	27,6	0,68	2,6	1,2	1500	1230
овес	31,6	18,9	0,59	2,2	2,1	890	840
просо	23,8	25,4	0,82	2,7	0,8	950	890
гречиха	7,7	34,1	0,77	2,1	0,9	3700	3500
рис	63,0	32,7	0,64	1,9	0,7	3300	3200
горох	27,6	17,4	0,73	1,8	1,1	1150	1100
Сахарная свекла	461,3	24,5	0,87	2,7	1,2	980	965
Масличные культуры							
из них:							
подсолнечник	24,1	9,9	0,97	2,4	0,8	1400	1300
соя	16,1	18,3	1,1	3,7	0,7	3100	2870
Картофель	108,2	41,08	1,4	3,0	2,0	1100	980
Овощи	121,1	62,8	0,96	3,9	1,3	1240	1200
Кукуруза	217,2	14,3	0,99	2,7	0,7	1750	1700

Таблица 5 – Производственные ресурсы растениеводческой бригады

Наименование	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Площадь пашни, га	1200	1340	1480	1620	1760	1900	2040	2180	2320	2460
Запас труда, тыс. тыс. чел.-ч.	34,1	38,1	42,1	46,0	50,0	54,0	58,0	61,9	65,9	69,9
Запас топлива, тыс. ц.	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,0	2,1	2,3
Запас семян, тыс. ц.	4,7	5,2	5,8	6,3	6,9	7,4	8,0	8,5	9,0	9,6
Запас удобрений, тыс. ц	2,5	2,8	3,1	3,4	3,7	4,0	4,3	4,6	4,9	5,2
Объем финансовых средств, используемых для производства, млн. руб.	410,9	458,9	506,8	554,7	602,7	650,6	698,6	746,5	794,4	842,4

Таблица 6 – Условия производства сельскохозяйственной продукции

Наименование	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
По структуре сельскохозяйственных культур, %:										
– зерновые и зерно-бобовые культуры	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12
– сахарная свекла	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35
– масличные культуры	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
– картофель	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7
– овощи открытого грунта	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9
– кукуруза	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
По минимальным объемам производства, тыс. ц:										
– зерновые и зерно-бобовые культуры	23	23	24	24	24	24	23	22	20	18
– сахарная свекла	6	9	13	17	22	27	33	40	46	54
– масличные культуры	8	9	11	13	15	18	20	23	26	29
– картофель	19	19	19	19	19	18	17	15	13	11
– овощи открытого грунта	14	14	15	15	15	15	15	15	15	14
– кукуруза	7	8	10	12	14	17	19	22	25	28

9. Как изменится **прибыль** если себестоимость увеличится на 5, 10 и 15 %.

10. Как изменится объем производимой продукции, если **объем финансовых средств**, имеющихся в распоряжении у бригады сократится на 20, 30 и 50 %.

11. Определить при каких параметрах **выручка** и **себестоимость** будут равны (определить точку безубыточности).

12. Какие ресурсы необходимо увеличить, чтобы **прибыль** увеличилась в 2 раза.

13. Как изменятся затраты труда, в случае увеличения **прибыли** в 1,5 раза.

3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ПЕРЕВОЗОК

3.1 Общие сведения о транспортной задаче, описание и область применения

Транспортная задача, иначе ее называют задача Монжа – Канторовича, относится к классу математических задач линейного программирования специального вида о поиске оптимального распределения объектов из аккумулятора к приемникам с минимизацией затрат на перемещение⁵. Для простоты понимания рассматривается как задача об оптимальном плане перевозок грузов из пунктов отправления в пункты потребления, с минимальными затратами на перевозки. Транспортная задача по теории сложности вычислений входит в класс сложности P^6 .

Для классической транспортной задачи выделяют два типа задач: критерий стоимости (достижение минимума затрат на перевозку) или расстояний и критерий времени. Под названием транспортная задача, определяется широкий круг задач с единой математической моделью, эти задачи относятся к задачам линейного программирования и могут быть решены оптимальным методом. Однако специальный метод решения транспортной задачи позволяет существенно упростить её решение, поскольку транспортная задача разрабатывалась для минимизации стоимости перевозок. Проблема была впервые формализована французским математиком Гаспаром Монжем в 1781 г. Прогресс в решении проблемы был достигнут во время Великой Отечественной войны советским математиком и экономистом Леонидом

⁵ URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Транспортная_задача

⁶ URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Класс_сложности

Канторовичем [5]. Поэтому иногда эта проблема называется транспортной задачей Монжа – Канторовича.

3.2 Постановка транспортной задачи

Транспортной организации необходимо осуществить перевозку продукции (взаимозаменяемых продуктов) от поставщиков к потребителям. Существует m поставщиков ($A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$), обладающих запасом данного продукта в количествах a_i единиц соответственно, и n потребителей ($B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$), у которых существует потребность в продукте в объемах b_j единиц груза соответственно. Известны транспортные издержки на перевозку единицы продукта из пунктов поставки в пункты назначения. Будем обозначать через c_{ij} – транспортные затраты на перевозку единицы груза от i -го поставщика к j -му потребителю, а через x_{ij} – количество единиц продукции, перевозимое по маршруту (j,i) ⁷.

Схематически транспортную задачу можно представить в виде рисунка (рисунок 20).

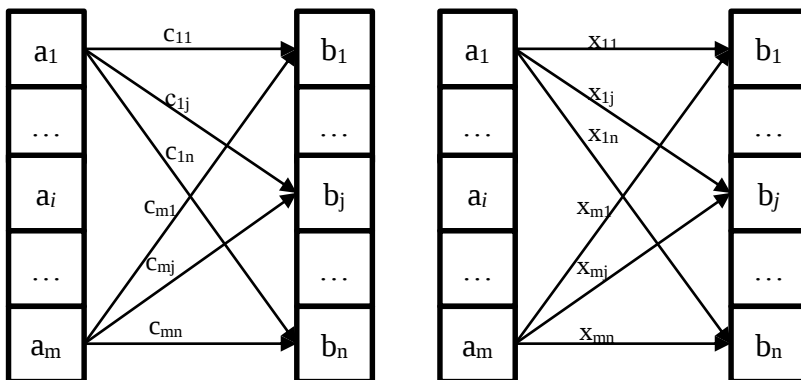


Рисунок 20 – Схематическое представление транспортной задачи

⁷ Логистика : метод указания / состав. А. В. Кириллов, В. Е. Целин. – Самара, 2006. – 57 с.

Матричная модель транспортной задачи представлена на рисунок 21.

		Потребители					
		B_1	...	B_j	...	B_n	
Поставщики	A_1	c_{11}	...	c_{1j}	...	c_{1n}	a_1
	...	...	Стоимость перевозки			...	...
	A_i	c_{i1}	...	c_{ij}	...	c_{in}	a_i
	...	...	...	...	...	...	...
	A_m	c_{m1}	...	c_{mj}	...	c_{mn}	a_m
		b_1	...	b_j	...	b_n	
		Спрос					

Рисунок 21 – Матричное представление транспортной задачи

Символьная модель транспортной задачи представлена в таблице 7.

Таблица 7 – Символьная модель транспортной задачи

Пункт отправления (поставщики)	Пункт назначения (потребители)					Запас
	B_1	...	B_j	...	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	...	c_{1j} x_{1j}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
...	...	...	...	...	...	...
A_i	c_{i1} x_{i1}	...	c_{ij} x_{ij}	...	c_{in} x_{in}	a_i
...	...	...	...	...	...	...
A_m	c_{m1} x_{m1}	...	c_{mj} x_{mj}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
Спрос	b_1	...	b_j	...	b_n	

Необходимо доставить все грузы потребителям с минимальными общими издержками.

3.3 Математическая модель транспортной задачи

Цель решения транспортной задачи является определение путей перевозок груза от поставщиков к потребителям, так чтобы затраты на перевозку были минимальны.

Целевую функцию транспортной задачи можно представить, как произведение матриц затрат на перевозку (C) и матрицы объемов перевозимого груза (X):

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{i1} & \dots & c_{ij} & \dots & c_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & \dots & c_{mj} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & \dots & x_{mj} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \rightarrow \min \quad (1)$$

Так же целевую функцию транспортной задачи можно записать в развернутом (формула 2) и сокращенном виде (формула 3).

$$\begin{aligned} C = & c_{11} \cdot x_{11} + c_{12} \cdot x_{12} + c_{13} \cdot x_{13} + \dots + c_{1n} \cdot x_{1n} + \\ & c_{21} \cdot x_{21} + c_{22} \cdot x_{22} + c_{23} \cdot x_{23} + \dots + c_{2n} \cdot x_{2n} + \\ & c_{31} \cdot x_{31} + c_{32} \cdot x_{32} + c_{33} \cdot x_{33} + \dots + c_{3n} \cdot x_{3n} + \\ & c_{m1} \cdot x_{m1} + c_{m2} \cdot x_{m2} + c_{m3} \cdot x_{m3} + \dots + c_{mn} \cdot x_{mn} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (2)$$

$$C = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min. \quad (3)$$

При достижении целей транспортной задачи следует учитывать ряд условий:

1. Запас поставщиков должен быть полностью исчерпан

1.1 Запас поставщика A_1 должен быть полностью исчерпан:

$$c_{11} \cdot x_{11} + \dots + c_{1j} \cdot x_{1j} + \dots + c_{1n} \cdot x_{1n} = a_1$$

1.2 Запас поставщика A_i должен быть полностью исчерпан:

$$c_{i1} \cdot x_{i1} + \dots + c_{ij} \cdot x_{ij} + \dots + c_{in} \cdot x_{in} = a_i$$

1.3 Запас поставщика A_m должен быть полностью исчерпан:

$$c_{m1} \cdot x_{m1} + \dots + c_{mj} \cdot x_{mj} + \dots + c_{mn} \cdot x_{mn} = a_m$$

2. Спрос потребителей должен быть полностью удовлетворен

2.1 Спрос потребителя B_1 должен быть полностью удовлетворен:

$$c_{11} \cdot x_{11} + \dots + c_{i1} \cdot x_{i1} + \dots + c_{m1} \cdot x_{m1} = b_1$$

2.2 Спрос потребителя B_j должен быть полностью удовлетворен:

$$c_{1j} \cdot x_{1j} + \dots + c_{ij} \cdot x_{ij} + \dots + c_{mj} \cdot x_{mj} = b_j$$

2.3 Спрос потребителя B_n должен быть полностью удовлетворен:

$$c_{1n} \cdot x_{1n} + \dots + c_{in} \cdot x_{in} + \dots + c_{mn} \cdot x_{mn} = b_n$$

3.4 Алгоритм решения транспортной задачи в MS Excel

Условие задачи:

Сеть магазинов «Продукты» является одна из ведущих розничных сетей по торговле продуктами питания в России. Магазины розничной сети «Продукты» расположены в большинстве населенных пунктах Российской Федерации. В состав торговой сети входит 40 филиалов, 2 представительства и 17 распределительных центров.

Одним из видов товарной продукции, пользующейся популярностью среди населения, является молочная продукция – молоко с массовой долей жира 2,5 % в полиэтиленовой упаковке 0,9 л. Согласно договорных отношений в каждый распределительный центр необходимо поставить ежедневно следующее количество молока (таблица 8).

Таблица 8 – Потребность в поставках

Наименование	Количество, т
Распределительный центр г. Краснодар	79,3
Распределительный центр г. Новороссийск	24,4
Распределительный центр г. Славянск-на-Кубани	6,3
Распределительный центр г. Кропоткин	7,2

Доставка молочной продукции осуществляется непосредственно от заводов производителей, с учетом имеющихся мощностей и заключенных договоров (таблица 9).

Таблица 9 – Объем производства молочной продукции в сутки

Производители молочной продукции	Количество, т
Молочный завод г. Белореченск	16,3
Молочный завод г. Кореновск	22,5
Молочный завод г. Курганинск	18,5
Молочный завод г. Тимашевск	32,5
Молочный завод г. Тихорецк	27,4

Стоимость перевозки 1 т груза автомобильным транспортом между распределительными центрами и производителями представлена в таблице 10.

Требуется определить маршрут перевозки груза, стоимость которого будет минимальна.

Таблица 10 – Стоимость перевозки 1 т груза автомобильным транспортом между городами Краснодарского края

Города		Абинск	Анапа	Апшеронск	Армавир	Белореченск	Геленджик	Горячий Ключ	Гулькевичи	Ейск	Кореновск	Краснодар	Кропоткин	Крымск
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Абинск	1													
Анапа	2	3,4												
Апшеронск	3	7,5	10,9											
Армавир	4	11,7	15,1	6,6										
Белореченск	5	7,1	10,5	1,5	5,3									
Геленджик	6	4,1	3,6	9,0	14,6	9,3								
Горячий Ключ	7	5,6	9,0	3,0	8,6	3,3	6,0							
Гулькевичи	8	10,3	13,7	8,2	2,6	6,7	14,4	8,7						
Ейск	9	13,7	14,9	14,9	14,0	13,4	16,4	13,0	11,7					
Кореновск	10	6,2	9,3	6,3	7,9	4,8	10,3	5,2	6,6	9,5				
Краснодар	11	3,6	7,8	4,5	8,1	4,1	7,6	2,6	6,8	10,4	2,7			
Кропоткин	12	9,5	12,9	7,4	3,2	5,9	13,6	7,9	0,8	10,8	5,7	6,0		
Крымск	13	0,6	3,6	8,1	12,3	7,7	3,4	6,2	11,0	13,0	7,7	4,2	10,2	
Курганинск	14	9,5	12,9	4,6	2,2	3,1	12,3	6,4	3,7	14,4	5,7	5,9	4,3	10,1
Лабинск	15	10,5	13,8	4,0	2,5	3,4	12,7	6,7	4,8	15,8	7,1	7,3	5,3	11,1
Новокубанск	16	11,3	14,6	6,4	0,8	4,9	14,1	8,2	1,9	13,3	7,5	7,7	2,5	11,9
Новоросийск	17	2,7	2,3	10,2	14,4	9,8	1,3	7,3	13,1	15,1	9,0	6,3	12,3	2,1
Приморско-Ахтарск	18	9,6	10,8	10,8	13,0	9,9	12,3	8,9	11,7	10,9	5,4	6,3	10,8	8,9
Славянск-на-Кубани	19	2,4	3,6	8,0	11,7	7,6	5,2	6,1	10,3	11,3	5,7	3,5	9,5	1,8
Сочи	20	15,4	14,9	9,6	16,1	11,1	12,2	10,3	17,8	23,3	15,5	12,9	17,0	14,8
Темрюк	21	1,6	2,4	10,9	14,5	10,5	6,0	9,0	13,1	14,1	8,6	6,4	12,3	3,1
Тимашевск	22	6,2	7,4	7,4	9,6	6,5	9,0	5,5	8,3	7,5	2,1	2,9	7,5	5,5
Тихорецк	23	10,0	13,4	8,4	5,6	6,9	14,0	8,9	3,2	8,4	4,5	6,4	2,4	10,6
Туапсе	24	10,0	9,6	4,2	10,8	5,7	6,0	4,9	12,4	17,9	10,2	7,5	11,6	9,4
Усть-Лабинск	25	6,1	9,5	3,9	5,6	2,4	10,2	4,5	4,2	11,0	2,3	2,5	3,4	6,7
Хадыженск	26	7,7	11,1	0,9	7,5	2,4	8,1	2,1	9,1	15,1	7,2	4,7	8,3	8,3

Продолжение таблицы 10

Города		Курганинск	Лабинск	Новокубанск	Новороссийск	Приморско-Ахтарск	Славянск-на-Кубани	Сочи	Темрюк	Тимашевск	Тихорецк	Туапсе	Усть-Лабинск
		14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Абинск	1												
Анапа	2												
Апшеронск	3												
Армавир	4												
Белореченск	5												
Геленджик	6												
Горячий Ключ	7												
Гулькевичи	8												
Ейск	9												
Кореновск	10												
Краснодар	11												
Кропоткин	12												
Крымск	13												
Курганинск	14												
Лабинск	15	1,4											
Новокубанск	16	1,8	3,2										
Новороссийск	17	12,2	13,0	14,0									
Прим.-Ахтарск	18	10,8	12,2	12,6	11,0								
Славянск	19	9,4	10,8	11,2	3,9	7,2							
Сочи	20	14,2	13,6	16,0	12,7	19,1	16,4						
Темрюк	21	12,3	13,7	14,1	4,4	10,0	2,9	17,3					
Тимашевск	22	7,4	8,8	9,2	7,6	3,4	3,6	15,8	6,6				
Тихорецк	23	6,7	7,7	4,9	12,7	9,8	9,9	17,9	12,8	6,4			
Туапсе	24	8,8	8,2	10,6	7,3	13,7	11,0	5,4	11,9	10,4	12,6		
Усть-Лабинск	25	3,4	4,8	5,2	8,8	7,4	6,0	13,5	8,9	4,0	4,4	8,1	
Хадыженск	26	5,5	5,0	7,3	9,4	11,0	8,2	8,7	11,1	7,6	9,3	3,3	4,9

Составим экономико-математическую модель задачи

Составим целевую функцию

Исходя из условий задачи, необходимо определить маршрут перевозки продукции от производителей до распределительных центров, при котором затраты на перевозку будут **минимальны**.

Затраты на перевозку в данной задаче рассчитываются по следующей формуле:

$$\begin{array}{ccccc} \text{Затраты} & & \text{Затраты на} & & \\ \text{на пере-} & = & \text{перевозку} & \times & \\ \text{возку} & & \text{единицы} & & \text{объем} \\ & & \text{молока} & & \text{молока} \end{array}$$

В задаче затраты на перевозку единицы продукции известны (таблица 10), а объемы перевозки молока следует определить – значит объем примем за неизвестные.

Таким образом, целевая функция (затраты на перевозку) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} C(\text{затраты на перевозку}) = & 4,1 \cdot x_1 + 9,8 \cdot x_2 + 7,6 \cdot x_3 + \\ & 5,9 \cdot x_4 + 4,8 \cdot x_5 + 9,0 \cdot x_6 + 9,0 \cdot x_7 + 5,7 \cdot x_8 + 3,1 \cdot x_9 + \\ & 12,2 \cdot x_{10} + 9,4 \cdot x_{11} + 4,3 \cdot x_{12} + 6,5 \cdot x_{13} + 9,2 \cdot x_{14} + 3,6 \cdot x_{15} + \\ & 7,5 \cdot x_{16} + 6,9 \cdot x_{17} + 9,2 \cdot x_{18} + 3,6 \cdot x_{19} + 7,5 \cdot x_{20} \rightarrow \min, \end{aligned}$$

где x_1 – количество груза, перевезенного от молочного завода г. Белореченск в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_2 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_3 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_4 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Кропоткин, т;
 x_5 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Кореновск в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_6 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_7 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;

- x_8 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Кропоткин, т;
 x_9 – количество груза, перевезенного от МЗ г. Курганинск в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_{10} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Курганинск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_{11} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Курганинск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_{12} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Курганинск в РЦ г. Кропоткин, т;
 x_{13} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тимашевск в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_{14} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тимашевск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_{15} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тимашевск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_{16} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тимашевск в РЦ г. Кропоткин, т;
 x_{17} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тихорецк в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_{18} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тихорецк в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_{19} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тихорецк в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_{20} – количество груза, перевезенного от МЗ г. Тихорецк в РЦ г. Кропоткин, т.

Составим систему ограничений

Запасы молочных заводов (поставщиков) должны быть полностью исчерпаны:

1. Запасы молочного завода в г. Белореченске должны быть полностью исчерпаны

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16,3.$$

2. Запасы молочного завода в г. Кореновске должны быть полностью исчерпаны

$$x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 22,5.$$

3. Запасы молочного завода в г. Курганинске должны быть полностью исчерпаны

$$x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 18,5.$$

4. Запасы молочного завода в г. Тимашевске должны быть полностью исчерпаны

$$x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 32,5.$$

5. Запасы молочного завода в г. Тихорецке должны быть полностью исчерпаны

$$x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} = 27,4.$$

Потребности распределительных центров (потребителей) должны быть полностью удовлетворены:

1. Потребности распределительного центра в г. Краснодаре должны быть полностью удовлетворены

$$x_1 + x_5 + x_9 + x_{13} + x_{17} = 79,3.$$

2. Потребности распределительного центра в г. Новороссийске должны быть полностью удовлетворены

$$x_2 + x_6 + x_{10} + x_{14} + x_{18} = 24,4.$$

3. Потребности распределительного центра в г. Славянск-на-Кубани должны быть полностью удовлетворены

$$x_3 + x_7 + x_{11} + x_{15} + x_{19} = 6,3.$$

4. Потребности распределительного центра в г. Кропоткин должны быть полностью удовлетворены

$$x_4 + x_8 + x_{12} + x_{16} + x_{20} = 7,2.$$

Составим числовую модель задачи

Числовую модель оформим в виде таблицы, колонки которой содержат переменные задачи, а строки – ограничения – условия полного удовлетворения потребностей распределительных центров и полной отгрузки молочной продукции (таблица 11).

Таблица 11 – Числовая модель транспортных перевозок

Наименование ограничения	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	Вид ограни- чения	Объем ограни- чения
Запасы молоч- ного завода, т:																						
г. Белореченск	1	1	1	1																	=	16,3
г. Кореновск					1	1	1	1													=	22,5
г. Курганинск									1	1	1	1									=	18,5
г. Тимашевск													1	1	1	1					=	32,5
г. Тихорецк																	1	1	1	1	=	27,4
Потребности распределитель- ного центра, т:																						
г. Краснодар	1				1				1				1				1				=	79,3
г. Новороссийск		1				1				1				1				1			=	24,4
г. Славянск-на- Кубани			1				1				1				1				1		=	6,3
г. Кропоткин				1				1				1				1				1	=	7,2
Стоимость пере- возки, руб.	4,1	9,8	7,6	5,9	4,8	9,0	9,0	5,7	3,1	12,2	9,4	4,3	6,5	9,2	3,6	7,5	6,9	4,9	9,9	2,4	→	Min

Решение задачи при помощи MS Excel

Для создания макета числовой модели в MS Excel необходимо запустить программу MS Excel и на новом листе оформить числовую модель в соответствии с рисунками 22 и 23. В ячейки, необходимо ввести формулы, представленные в таблице 12.

Таблица 12 – Наименование ячеек и формулы, содержащиеся в них

Наименование ячейки	Формула
V5	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B5:U5)
V6	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B6:U6)
V7	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B7:U7)
V8	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B8:U8)
V9	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B9:U9)
V11	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B11:U11)
V12	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B12:U12)
V13	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B13:U13)
V14	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B14:U14)
V15	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$U\$3;B15:U15)

Параметры поиска решения, необходимые для получения числовых значений переменных представлены в таблице 13 и на рисунке 24.

Таблица 13 – Параметры поиска решения

Наименование	Значение
Оптимизировать целевую функцию	\$V\$15
До:	Минимум
Изменяя ячейки переменных	\$B\$3:\$U\$3
В соответствии с ограничениями	\$V\$5 = \$X\$5; \$V\$6 = \$X\$6 \$V\$7 = \$X\$7; \$V\$8 = \$X\$8 \$V\$9 = \$X\$9; \$V\$11 = \$X\$11 \$V\$12 = \$X\$12; \$V\$13 = \$X\$13 \$V\$14 = \$X\$14; \$V\$15 = \$X\$15
Выберете метод решения	Поиск решения лин. задач симплекс-методом

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1	Наименование	Переменные																				Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20			
3																								
4	Значение переменных:																							
5	Запасы молочного завода, т:																							
6	Белореченск																						=	
7	Кореновск																						=	
8	Курганинск																						=	
9	Тимашевск																						=	
10	Тихорецке																						=	
11	Потребности распределительного центра, т:																							
12	Краснодар																						=	
13	Новорос-сийск																						=	
14	Славянск-на-Кубани																						=	
15	Кропоткин																						=	
16	Стоимость перевозки, руб.																							

Рисунок 22 – Макет числовой модели в MS Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1	Наименование	Переменные																				Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆	X ₁₇	X ₁₈	X ₁₉	X ₂₀			
3	Значение переменных:																							
4	Запасы молочного завода, т:																							
5	Белореченске	1	1	1	1																		=	16,3
6	Кореновске					1	1	1	1														=	22,5
7	Курганинске									1	1	1	1										=	18,5
8	Тимашевске													1	1	1	1						=	32,5
9	Тихорецке																	1	1	1	1		=	27,4
10	Потребности распределительного центра, т:																							
11	Краснодаре	1				1				1				1				1					=	79,3
12	Новороссийске		1				1				1				1				1				=	24,4
13	Славянск-на-Кубани			1				1				1				1				1			=	6,3
14	Кропоткин				1				1				1				1				1		=	7,2
15	Стоимость перевозки, руб.	4,1	9,8	7,6	5,9	4,8	9,0	9,0	5,7	3,1	12,2	9,4	4,3	6,5	9,2	3,6	7,5	6,9	4,9	9,9	2,4			

Рисунок 23 – Числовая модель задачи о назначениях

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 24 – Параметры поиска решения

Для получения числовых значений переменных необходимо нажать кнопку «Найти решение», в появившемся окне «Результаты поиска решения» выбрать один из вариантов отчета и нажать кнопку «Ок».

В случае выбора пункта «Сохранить найденное решение» в ячейках В3:U3, будут сохранены числовые значения переменных, произведен расчет стоимости перевозки, запасов каждого молочного завода и потребностей распределительных центров (рисунок 25).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1	Наименование	Переменные																				Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆	X ₁₇	X ₁₈	X ₁₉	X ₂₀			
3	Значение переменных:	16,3	0,0	0,0	0,0	22,5	0,0	0,0	0,0	18,5	0,0	0,0	0,0	22,0	4,2	6,3	0,0	0,0	20,2	0,0	7,2			
4	Запасы молочного за- вода, т:																							
5	Белореченске	1	1	1	1																	16,3	=	16,3
6	Кореновске					1	1	1	1													22,5	=	22,5
7	Курганинске									1	1	1	1									18,5	=	18,5
8	Гимашевске													1	1	1	1					32,5	=	32,5
9	Тихорецке																	1	1	1	1	27,4	=	27,4
10	Потребности распределительного центра, т:																							
11	Краснодаре	1				1				1				1				1				79,3	=	79,3
12	Новороссийске		1				1				1				1				1			24,4	=	24,4
13	Славянск-на- Кубани			1				1				1				1				1		6,3	=	6,3
14	Кропоткин				1				1				1				1				1	7,2	=	7,2
15	Стоимость перевозки, руб.	4,1	9,8	7,6	5,9	4,8	9,0	9,0	5,7	3,1	12,2	9,4	4,3	6,5	9,2	3,6	7,5	6,9	4,9	9,9	2,4	552,8		

Рисунок 25 – Решение транспортной задачи в Excel

Вывод

Количество груза, перевезенного от молочного завода г. Белореченск в распределительный центр г. Краснодар составило 16,3 т. (x_1); от МЗ г. Кореновск в распределительный центр г. Краснодар – 22,5 т (x_5); от МЗ г. Курганинск в распределительный центр г. Краснодар – 18,5 т (x_9); от МЗ г. Тимашевск в распределительный центр г. Краснодар – 22,0 т (x_{13}); от МЗ г. Тимашевск в РЦ г. Новороссийск – 4,2 т (x_{14}); от МЗ г. Тимашевск в РЦ г. Славянск-на-Кубани – 6,3 т (x_{15}); от МЗ г. Тихорецк в РЦ г. Новороссийск – 20,2 т (x_{18}); от МЗ г. Тихорецк в РЦ г. Кропоткин – 7,2 т (x_{20}).

Задание: составить и получить оптимальные параметры транспортных перевозок

Ситуация

Руководителю отдела логистики транспортной компании поручено: определить оптимальный план перевозок груза, при котором стоимость будет **минимальна**; а также учесть имеющийся **спрос и запас** и в случае нехватки запаса у контрагентов, рассчитать его количество и предусмотреть поставку груза от стороннего производителя.

Выполнить и дать письменные ответы в тетради:

1. Составить экономико-математическую модель транспортных перевозок по индивидуальному варианту, согласно данных таблиц 14 и 15.

2. Определить план перевозок, при котором были бы удовлетворены все потребности, а суммарная стоимость всех перевозок была бы минимальной.

3. Определить наихудший план перевозок, при котором были бы удовлетворены все потребности.

4. Найти разницу между наилучшим и наихудшим планом перевозок.

5. Сформулировать условие и произвести расчеты при котором по транспортному пути от Молочного завода 1 (МЗ1) в Распределительный центр 1 (РЦ1) будет осуществлена поставка продукции в объеме 8 т.

6. Сформулировать условия и произвести расчеты при котором по транспортному пути от Молочного завода, вошедшего в решение в Распределительный центр, вошедший в решение будет осуществлена поставка продукции в объеме не более 20 % от общей потребности.

7. Как изменится план перевозок если стоимость перевозки от Молочного завода 1 увеличится на 10, 15, 20 %?

Таблица 14 – Место нахождения распределительных центров и молочных заводов по индивидуальным вариантам

Наименование	Номер варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Номера городов, в которых находятся распределительные центры (данные по таблице 10)																				
РЦ 1	26	7	23	23	18	25	9	22	16	19	11	19	22	12	26	15	22	10	13	23
РЦ 2	4	17	27	6	14	7	23	9	8	20	2	14	24	20	21	6	21	24	10	6
РЦ 3	12	19	19	22	16	14	5	22	5	1	19	24	18	5	16	17	25	5	6	24
РЦ 4	21	22	10	18	21	9	12	5	2	17	18	20	8	24	14	8	14	8	11	12
РЦ 5	5	1	26	4	18	10	2	20	13	22	5	7	17	23	15	25	25	11	20	18
РЦ 6	15	8	2	5	20	15	20	6	18	8	21	26	10	4	25	23	15	9	22	13
Номера городов, в которых находятся молочные заводы (данные по таблице 10)																				
МЗ 1	10	17	17	12	20	6	12	24	10	17	16	17	23	2	23	20	5	3	19	23
МЗ 2	25	14	19	7	4	24	13	18	19	21	13	4	14	25	7	23	16	25	9	12
МЗ 3	8	7	25	17	10	22	7	13	23	22	26	13	9	5	4	1	11	26	16	18
МЗ 4	18	19	15	11	9	15	9	26	12	27	25	11	11	19	11	6	6	16	19	4
МЗ 5	6	13	21	25	14	25	22	23	16	14	15	17	15	8	4	16	21	13	26	6
МЗ 6	13	4	9	22	15	8	6	26	11	15	23	21	18	1	10	7	2	10	4	21

Таблица 15 – Спрос и запасы по индивидуальным вариантам

Наименование	Номер варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Спрос																				
РЦ 1	12	35	11	45	46	30	50	8	14	35	26	46	12	28	20	26	23	23	54	54
РЦ 2	29	39	32	58	37	50	28	55	16	33	58	14	18	14	34	43	39	40	27	23
РЦ 3	60	53	19	20	56	22	35	31	36	39	49	28	50	44	22	22	41	27	28	34
РЦ 4	50	32	28	55	40	42	25	49	39	12	57	55	33	31	44	39	53	32	17	29
РЦ 5	13	24	28	45	34	31	52	37	54	60	36	36	49	37	21	36	36	17	45	12
РЦ 6	28	53	37	57	52	57	27	13	57	19	7	32	26	32	44	31	35	57	51	32
Запас																				
МЗ 1	59	34	21	51	32	36	40	40	26	56	43	43	12	56	22	49	10	15	56	22
МЗ 2	27	17	10	25	51	55	35	10	57	15	39	57	17	15	55	53	58	36	19	57
МЗ 3	9	59	55	10	38	50	17	50	21	39	17	21	39	19	34	27	17	48	19	50
МЗ 4	35	55	37	36	31	45	42	28	56	40	12	24	44	42	22	18	23	18	57	12
МЗ 5	29	50	10	7	49	19	60	55	42	21	43	51	56	33	39	33	42	46	28	22
МЗ 6	33	21	22	151	64	27	23	10	14	27	79	15	20	21	13	17	77	33	43	21

3.5 Общие сведения многопродуктовой транспортной задаче

Многопродуктовая транспортная задача представляет собой вариант транспортной задачи, в которой присутствует несколько продуктов. Для отдельных маршрутов могут быть заданы ограничения по пропускной способности. Задача решается симплекс-методом, а также методом разложения Данцига-Вульфа или как подзадача однопродуктовой (классической) транспортной задачи.

3.6 Алгоритм решения многопродуктовой транспортной задачи в MS Excel

Условие задачи:

Скорректируем условие задачи, приведенное в пункте 4.4, следующим образом: перевозка осуществляется от молочных заводов к распределительным центрам по следующим позициям – молоко с массовой долей жира 2,5 % в полиэтиленовой упаковке 0,9 л. и масло сливочное традиционное высшего сорта 82,5 % 180 гр.

Согласно договорных отношений в каждый распределительный центр необходимо поставить ежедневно следующее количество молока и масла (таблица 16).

Таблица 16 – Потребность в поставках

Наименование	Количество, т
Молоко	
Распределительный центр г. Краснодар	79,3
Распределительный центр г. Новороссийск	24,4
Распределительный центр г. Славянск-на-Кубани	6,3
Масло	
Распределительный центр г. Краснодар	47,2
Распределительный центр г. Новороссийск	16,3
Распределительный центр г. Славянск-на-Кубани	3,3

Доставка молочной продукции осуществляется непосредственно от заводов производителей, с учетом имеющихся мощностей и заключенных договоров (таблица 17).

Таблица 17 – Объем производства молочной продукции в сутки

Производители молочной продукции	Количество, т
Молоко	
Молочный завод г. Белореченск	56,2
Молочный завод г. Кореновск	25,3
Молочный завод г. Курганинск	28,5
Масло	
Молочный завод г. Белореченск	16,4
Молочный завод г. Кореновск	28,7
Молочный завод г. Курганинск	21,7

Стоимость перевозки 1 т груза автомобильным транспортом между распределительными центрами и производителями представлена в таблице 10.

Составим экономико-математическую модель задачи

Составим целевую функцию

Исходя из условий задачи, необходимо определить маршрут перевозки продукции от производителей до распределительных центров, при котором затраты на перевозку будут **минимальны**.

Затраты на перевозку в данной задачи рассчитываются по следующей формуле:

$$\text{Затраты на перевозку} = \frac{\text{Затраты на перевозку единицы молока}}{\text{молока}} \times \text{объем молока} + \frac{\text{Затраты на перевозку единицы масла}}{\text{масла}} \times \text{объем масла}$$

В задаче затраты на перевозку единицы продукции известны (таблица 9), а объемы перевозки молока и масла

следует определить – значит объем примем за неизвестные.

Таким образом, целевая функция (затраты на перевозку) будет выглядеть следующим образом:

$$C(\text{затраты на перевозку}) = 4,1 \cdot x_1 + 4,1 \cdot x_2 + 9,8 \cdot x_3 + 9,8 \cdot x_4 + 7,6 \cdot x_5 + 7,6 \cdot x_6 + 2,7 \cdot x_7 + 2,7 \cdot x_8 + 9,0 \cdot x_9 + 9,0 \cdot x_{10} + 5,7 \cdot x_{11} + 5,7 \cdot x_{12} + 5,9 \cdot x_{13} + 5,9 \cdot x_{14} + 12,2 \cdot x_{15} + 12,2 \cdot x_{16} + 9,4 \cdot x_{17} + 9,4 \cdot x_{18} \rightarrow \min,$$

- где x_1 – количество молока, перевезенного от молочного завода г. Белореченск в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_2 – количество масла, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Краснодар, т;
 x_3 – количество молока, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_4 – количество масла, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_5 – количество молока, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_6 – количество масла, перевезенного от МЗ г. Белореченск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_7 – количество молока, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Краснодар, т;
 x_8 – количество масла, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Краснодар, т;
 x_9 – количество молока, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_{10} – количество масла, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Новороссийск, т;
 x_{11} – количество молока, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_{12} – количество масла, перевезенного от МЗ г. Кореновск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;
 x_{13} – количество молока, перевезенного от МЗ г. Курганинск в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_{14} – количество масла, перевезенного от МЗ г. Курганинск в распределительный центр г. Краснодар, т;
 x_{15} – количество молока, перевезенного от МЗ г. Курганинск в РЦ г. Новороссийск, т;

x_{16} – количество масла, перевезенного от МЗ г. Курганинск в РЦ г. Новороссийск, т;

x_{17} – количество молока, перевезенного от МЗ г. Курганинск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т;

x_{18} – количество масла, перевезенного от МЗ г. Курганинск в РЦ г. Славянск-на-Кубани, т.

Составим систему ограничений

Запасы молочных заводов (поставщиков) должны быть полностью исчерпаны:

1. Запасы молока на молочном заводе в г. Белореченске должны быть полностью исчерпаны

$$x_1 + x_3 + x_5 = 56,2.$$

2. Запасы молока на молочном заводе в г. Кореновске должны быть полностью исчерпаны

$$x_7 + x_9 + x_{11} = 25,3.$$

3. Запасы молока на молочном заводе в г. Курганинске должны быть полностью исчерпаны

$$x_{13} + x_{15} + x_{17} = 28,5.$$

4. Запасы масла на молочном заводе в г. Белореченске должны быть полностью исчерпаны

$$x_2 + x_4 + x_6 = 16,4.$$

5. Запасы масла на молочном заводе в г. Кореновске должны быть полностью исчерпаны

$$x_8 + x_{10} + x_{12} = 28,7.$$

6. Запасы масла на молочном заводе в г. Курганинске должны быть полностью исчерпаны

$$x_{14} + x_{16} + x_{18} = 21,7.$$

Потребности распределительных центров (потребителей) должны быть **полностью удовлетворены**:

1. Потребности распределительного центра в г. Краснодаре в молоке должны быть полностью удовлетворены

$$x_1 + x_7 + x_{13} = 79,3.$$

2. Потребности распределительного центра в г. Новороссийске в молоке должны быть полностью удовлетворены

$$x_3 + x_9 + x_{15} = 24,4.$$

3. Потребности распределительного центра в г. Славянск-на-Кубани в молоке должны быть полностью удовлетворены

$$x_5 + x_{11} + x_{17} = 6,3.$$

4. Потребности распределительного центра в г. Краснодаре в масле должны быть полностью удовлетворены

$$x_2 + x_8 + x_{14} = 47,2.$$

5. Потребности распределительного центра в г. Новороссийске в масле должны быть полностью удовлетворены

$$x_4 + x_{10} + x_{16} = 16,3.$$

6. Потребности распределительного центра в г. Славянск-на-Кубани в масле должны быть полностью удовлетворены

$$x_6 + x_{12} + x_{18} = 3,3.$$

Составим числовую модель задачи

Числовую модель оформим в виде таблицы, колонки которой содержат переменные задачи, а строки – ограничения – условия полного удовлетворения потребностей распределительных центров и полной отгрузки молочной продукции (таблица 18).

Таблица 18 – Числовая модель транспортных перевозок

Наименование	Переменные																		Вид ограничения	Объем ограничения
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆	X ₁₇	X ₁₈		
Запасы молочного завода, т:																				
Молоко																				
г. Белореченске	1		1		1						1								=	56,2
г. Кореновске							1		1		1								=	25,3
г. Курганинске													1		1		1		=	28,5
Масло																				
г. Белореченске		1		1		1													=	16,4
г. Кореновске								1		1		1							=	28,7
г. Курганинске														1		1		1	=	21,7
Потребности распределительного центра, т:																				
Молоко																				
г. Краснодаре	1						1						1						=	79,3
г. Новороссийске			1						1						1				=	24,4
г. Славянск-на-Кубани					1						1						1		=	6,3
Масло																				
г. Краснодаре		1						1						1					=	47,2
г. Новороссийске				1						1						1			=	16,3
г. Славянск-на-Кубани						1						1						1	=	3,3
Стоимость перевозки, руб.	4,1	4,1	9,8	9,8	7,6	7,6	2,7	2,7	9,0	9,0	5,7	5,7	5,9	5,9	12,2	12,2	9,4	9,4	→	Min

Решение задачи при помощи MS Excel

Для создания макета числовой модели в MS Excel необходимо запустить программу MS Excel и на новом листе оформить числовую модель в соответствии с рисунками 26 и 27. В ячейки, необходимо ввести формулы, представленные в таблице 19.

Таблица 19 – Наименование ячеек и формулы, содержащиеся в них

Наименование ячейки	Формула
T6	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B6:S6)
T7	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B7:S7)
T8	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B8:S8)
T10	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B10:S10)
T11	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B11:S11)
T12	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B12:S12)
T15	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B15:S15)
T16	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B16:S16)
T17	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B17:S17)
T19	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B19:S19)
T20	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B20:S20)
T21	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B21:S21)
T22	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$S\$3;B22:S22)

Параметры поиска решения, необходимые для получения числовых значений переменных представлены в таблице 20 и на рисунке 28.

Таблица 20 – Параметры поиска решения

Наименование	Значение
Оптимизировать целевую функцию	\$T\$22
До:	Минимум
Изменяя ячейки переменных	\$B\$3:\$S\$3
В соответствии с ограничениями	\$T\$6 = \$V\$6; \$T\$7 = \$V\$7 \$T\$8 = \$V\$8; \$T\$10 = \$V\$10 \$T\$11 = \$V\$11; \$T\$12 = \$V\$12 \$T\$15 = \$V\$15; \$T\$16 = \$V\$16 \$T\$17 = \$V\$17; \$T\$19 = \$V\$19 \$T\$20 = \$V\$20; \$T\$21 = \$V\$21
Выберете метод решения	Поиск решения лин. задач симплекс-методом

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	Наименование	Переменные																		Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆	X ₁₇	X ₁₈			
3	Значение переменных:																					
4	Запасы молочного завода, т:																					
5	Молоко																					
6	г. Белореченске																				=	
7	г. Кореновске																				=	
8	г. Курганинске																				=	
9	Масло																					
10	г. Белореченске																				=	
11	г. Кореновске																				=	
12	г. Курганинске																				=	
13	Потребности распределительного центра, т:																					
14	Молоко																					
15	г. Краснодаре																				=	
16	г. Новороссийске																				=	
17	г. Славянск-на-Кубани																				=	
18	Масло																					
19	г. Краснодаре																				=	
20	г. Новороссийске																				=	
21	г. Славянск-на-Кубани																				=	
22	Стоимость перевозки, руб.																				→	Min

Рисунок 26 – Макет числовой модели в MS Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	Наименование	Переменные																		Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆	X ₁₇	X ₁₈			
3	Значение переменных:	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0			
4	Запасы молочного завода, т:																					
5	Молоко																					
6	г. Белореченске	1		1		1														0,0	=	56,2
7	г. Кореновске							1		1		1								0,0	=	25,3
8	г. Курганинске													1		1		1		0,0	=	28,5
9	Масло																					
10	г. Белореченске		1		1		1													0,0	=	16,4
11	г. Кореновске								1		1		1							0,0	=	28,7
12	г. Курганинске														1		1		1	0,0	=	21,7
13	Потребности распределительного центра, т:																					
14	Молоко																					
15	г. Краснодаре	1						1						1						0,0	=	79,3
16	г. Новороссийске			1						1						1				0,0	=	24,4
17	г. Славянск-на-Кубани					1						1						1		0,0	=	6,3
18	Масло																					
19	г. Краснодаре		1						1						1					0,0	=	47,2
20	г. Новороссийске				1						1						1			0,0	=	16,3
21	г. Славянск-на-Кубани						1						1						1	0,0	=	3,3
22	Стоимость перевозки, руб.	4,1	4,1	9,8	9,8	7,6	7,6	2,7	2,7	9,0	9,0	5,7	5,7	5,9	5,9	12,2	12,2	9,4	9,4	0,0	→	Min

Рисунок 27 – Числовая модель транспортной задачи

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию: STS22

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения: 0

Изменяя ячейки переменных: SB\$3:\$S\$3

В соответствии с ограничениями:

STS10 = SV\$10
 STS11 = SV\$11
 STS12 = SV\$12
 STS15 = SV\$15
 STS16 = SV\$16
 STS17 = SV\$17
 STS19 = SV\$19
 STS20 = SV\$20
 STS21 = SV\$21
 ST\$6 = SV\$6
 ST\$7 = SV\$7
 ST\$8 = SV\$8

☒ Сделайте переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения: Поиск решения лин. задач симплекс-методом

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка Найти решение Заккрыть

Добавить
 Изменить
 Удалить
 Сбросить
 Загрузить/сохранить

Параметры

Рисунок 28 – Параметры поиска решения

Для получения числовых значений переменных необходимо нажать кнопку «Найти решение», в появившемся окне «Результаты поиска решения» выбрать один из вариантов отчета и нажать кнопку «Ок».

В случае выбора пункта «Сохранить найденное решение» в ячейках B3:S3, будут сохранены числовые значения переменных, произведен расчет стоимости перевозки, запасов каждого молочного завода и потребностей распределительных центров (рисунок 29).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	Наименование	Переменные																		Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆	X ₁₇	X ₁₈			
3	Значение переменных:	31,8	0,1	24,4	16,3	0,0	0,0	19,0	25,4	0,0	0,0	6,3	3,3	28,5	21,7	0,0	0,0	0,0	0,0			
4	Запасы молочного завода, т:																					
5	Молоко																					
6	г. Белореченске	1		1		1														56,2	=	56,2
7	г. Кореновске							1		1		1								25,3	=	25,3
8	г. Курганинске													1		1		1		28,5	=	28,5
9	Масло																					
10	г. Белореченске		1		1		1													16,4	=	16,4
11	г. Кореновске								1		1		1							28,7	=	28,7
12	г. Курганинске														1		1		1	21,7	=	21,7
13	Потребности распределительного центра, т:																					
14	Молоко																					
15	г. Краснодаре	1						1						1						79,3	=	79,3
16	г. Новороссийске			1						1						1				24,4	=	24,4
17	г. Славянск-на-Кубани					1						1						1		6,3	=	6,3
18	Масло																					
19	г. Краснодаре		1						1						1					47,2	=	47,2
20	г. Новороссийске				1						1						1			16,3	=	16,3
21	г. Славянск-на-Кубани							1					1						1	3,3	=	3,3
22	Стоимость перевозки, руб.	4,1	4,1	9,8	9,8	7,6	7,6	2,7	2,7	9,0	9,0	5,7	5,7	5,9	5,9	12,2	12,2	9,4	9,4	1000,4	→	Min

Рисунок 29 – Решение многопродуктовой транспортной задачи в Excel

Вывод

Количество молока, перевезенного от молочного завода:

– г. Белореченск в распределительный центр г. Краснодар составило 31,8 т. (x_1) и в распределительный центр г. Новороссийск – 24,4 т (x_3);

– г. Кореновск в РЦ г. Краснодар – 19,0 т (x_7) и в РЦ г. Славянск-на-Кубани – 6,3 т (x_{11});

– г. Курганинск в РЦ г. Краснодар – 28,5 т (x_{13}).

Количество масла, перевезенного от молочного завода:

– г. Белореченск в РЦ г. Краснодар составило 0,1 т. (x_2) и в РЦ г. Новороссийск – 16,3 т (x_4);

– г. Кореновск в РЦ г. Краснодар – 25,4 т (x_8) и в РЦ г. Славянск-на-Кубани – 3,3 т (x_{12});

– г. Курганинск в РЦ г. Краснодар – 21,7 т (x_{14}).

Задание: составить и получить оптимальные параметры многопродуктовых транспортных перевозок

Ситуация

Руководителю отдела логистики транспортной компании поручено: определить оптимальный план перевозок молока и масла, при котором стоимость будет **минимальна**; а также учесть имеющийся **спрос и запас** и в случае нехватки запаса у контрагентов, рассчитать его количество и предусмотреть поставку груза от стороннего производителя.

Выполнить и дать письменные ответы в тетради:

1. Составить экономико-математическую модель транспортных перевозок по индивидуальному варианту, согласно данных таблиц 21, 22 и 23.

2. Определить план перевозок, при котором были бы удовлетворены все потребности, а суммарная стоимость всех перевозок была бы минимальной.

Таблица 21 – Место нахождения распределительных центров и молочных заводов по индивидуальным вариантам

Наименование	Номер варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Номера городов, в которых находятся распределительные центры (данные по таблице 10)																				
РЦ 1	2	19	25	3	7	3	8	7	15	24	23	24	14	14	24	19	5	6	3	12
РЦ 2	4	15	20	10	19	11	9	13	18	20	18	3	8	17	26	6	4	7	25	25
РЦ 3	6	10	24	1	9	22	10	2	10	26	12	14	2	16	22	1	10	24	12	6
РЦ 4	3	14	11	4	15	12	25	4	19	1	3	6	10	20	16	13	1	26	16	17
РЦ 5	15	12	6	14	4	1	21	22	21	4	2	15	9	12	15	14	7	12	8	16
РЦ 6	16	8	23	16	12	19	22	14	24	21	4	10	20	1	3	8	10	8	10	19
Номера городов, в которых находятся молочные заводы (данные по таблице 10)																				
МЗ 1	10	2	10	3	26	22	6	26	1	18	25	12	11	3	18	24	25	22	26	3
МЗ 2	23	14	19	22	4	11	1	21	11	15	12	20	14	14	26	17	23	4	9	7
МЗ 3	19	13	15	6	19	9	10	2	7	6	20	11	21	19	5	1	12	17	6	19
МЗ 4	5	21	21	26	15	3	3	10	10	12	15	4	8	9	17	20	19	11	11	20
МЗ 5	12	4	18	21	10	7	10	23	13	9	10	5	26	18	8	21	1	23	10	16
МЗ 6	6	24	17	9	13	10	7	10	17	19	3	24	25	21	11	10	8	25	13	17

Таблица 22 – Спрос и запасы молока по индивидуальным вариантам

Наименование	Номер варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Спрос																				
РЦ 1	11	98	84	50	38	62	37	38	84	56	29	65	69	64	80	71	49	35	73	46
РЦ 2	63	27	18	27	28	73	92	20	61	66	16	98	99	16	31	66	93	30	40	61
РЦ 3	33	75	36	77	99	36	28	35	90	24	39	70	29	23	96	50	86	34	10	84
РЦ 4	84	34	61	42	59	51	86	33	75	43	65	57	18	48	66	26	71	88	23	99
РЦ 5	41	70	28	35	78	60	65	43	73	84	14	43	29	98	91	93	82	79	91	12
РЦ 6	32	12	11	81	27	38	61	94	67	96	14	97	79	94	79	49	78	16	16	25
Запас																				
МЗ 1	29	62	43	32	34	66	32	46	61	18	39	51	93	87	84	95	98	27	67	60
МЗ 2	43	38	31	22	52	76	79	32	98	65	41	44	52	75	89	62	88	32	10	60
МЗ 3	50	26	36	51	45	48	39	51	64	96	24	79	32	67	68	47	64	28	40	31
МЗ 4	58	95	51	65	65	61	88	28	72	83	18	92	23	13	67	67	67	59	57	53
МЗ 5	39	43	20	78	38	19	66	67	56	69	22	79	39	15	36	53	86	83	44	63
МЗ 6	45	52	57	64	95	50	65	39	99	38	33	85	84	86	99	31	56	53	35	60

Таблица 23 – Спрос и запасы масла по индивидуальным вариантам

Наименование	Номер варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Спрос																				
РЦ 1	64	22	22	86	68	88	40	59	90	86	17	49	97	96	42	60	84	18	14	13
РЦ 2	61	23	98	30	73	89	38	95	58	23	50	81	15	89	68	92	50	48	50	49
РЦ 3	92	41	81	77	13	83	21	83	37	60	74	35	49	90	50	44	82	76	97	74
РЦ 4	88	72	54	82	52	52	55	74	34	50	39	35	23	56	63	61	62	91	10	21
РЦ 5	52	82	25	66	29	19	23	27	58	76	73	52	52	11	41	31	63	14	39	28
РЦ 6	26	53	39	82	23	46	43	50	45	76	49	79	88	16	82	63	35	23	66	75
Запас																				
МЗ 1	39	73	80	53	30	15	42	52	28	18	45	23	27	23	77	20	59	69	23	65
МЗ 2	57	40	52	89	20	60	33	29	22	39	32	71	56	88	96	89	34	12	43	33
МЗ 3	89	40	73	68	58	75	22	75	79	65	56	73	34	84	33	63	89	48	38	32
МЗ 4	47	47	30	63	43	58	39	99	73	99	46	68	60	73	66	68	55	36	62	42
МЗ 5	56	43	40	74	54	83	20	61	42	51	76	83	75	48	59	46	76	13	50	36
МЗ 6	95	50	44	76	53	86	64	72	78	99	47	13	72	42	15	65	63	92	60	52

3. Определить наихудший план перевозок, при котором были бы удовлетворены все потребности.

4. Найти разницу между наилучшим и наихудшим планом перевозок.

5. Сформулировать условие и произвести расчеты при котором по транспортному пути от Молочного завода 1 (МЗ1) в Распределительный центр 1 (РЦ1) будет осуществлена поставка молока в объеме 15 т.

6. Сформулировать условие и произвести расчеты при котором по транспортному пути от Молочного завода 2 (МЗ1) в Распределительный центр 1 (РЦ3) будет осуществлена поставка масла в объеме 12 т.

7. Сформулировать условия и произвести расчеты при котором по транспортному пути от Молочного завода, вошедшего в решение в Распределительный центр, вошедший в решение будет осуществлена поставка молока в объеме не более 30 % от общей потребности.

8. Как изменится план перевозок если стоимость перевозки масла от Молочного завода 3 увеличится на 15 %; сократится на 20 %?

4 ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ

4.1 Общие сведения

Задача о назначениях является одной из фундаментальных задач комбинаторной оптимизации в области математической оптимизации или исследовании операций.

Задача о назначениях может быть представлена как задача:

- назначения исполнителей по работам с целью максимизации суммарной производительности по выполняемым работам;
- назначения работников на должности или работы;
- назначения водителей на маршруты;
- о конвейере – распределение исполнителей по работам на конвейере так, чтобы время перемещения конвейера было минимально;
- о распределении групп по аудиториям;
- распределения вознаграждения в наилучшем случае и др.

Задача о назначениях представляет собой задачу, в которой для выполнения (закрепления) каждой работы нужен один и только один ресурс, который может быть использован только один раз. При этом ресурсы не могут быть делимыми между работами, а работы между ресурсами.

4.2 Постановка задачи о назначениях

Пусть имеется n -*работников*, которых требуется распределить между n -*видами* должностей. Известна их интегральная оценка психологических и профессиональных качеств (c_{ij}) на каждую j -ю вакантную должность. Задача состоит в таком назначении кандидатов на вакантные

должности, чтобы их суммарная оценка была максимальной.

Матричная модель задачи о назначениях представлена на рисунок 30.

		<i>Должности</i>				
		1	...	j	...	n
<i>Работники</i>	1	c_{11}	...	c_{1j}	...	c_{1n}
	...	<i>Интегральная оценка</i>				
	i	c_{i1}	...	c_{ij}	...	c_{in}
	...	...	...	...	...	...
	n	c_{n1}	...	c_{nj}	...	c_{nn}

Рисунок 30 – Матричное представление задачи о назначениях

4.3 Математическая модель задачи о назначениях

Цель решения задачи о назначениях является распределение кандидатов на вакантные должности таким образом, чтобы их суммарная оценка была максимальной.

Пусть

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i - \text{й работник назначен на } j - \text{ю должность} \\ 0, & \text{если } i - \text{й работник не назначен на } j - \text{ю должность} \end{cases}$$

Целевую функцию задачи о назначениях можно представить следующим образом:

$$C = c_{11}x_{11} + \dots + c_{ij}x_{ij} + \dots + c_{nn}x_{nn} \rightarrow \max \quad (2)$$

или в сокращённом виде

$$C = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \max. \quad (3)$$

При достижении целей задачи о назначениях следует учитывать ряд условий:

1. Каждый работник должен быть назначен только на одну должность

1.1 Первый работник должен быть назначен только на одну должность

$$x_{11} + \dots + x_{1j} + \dots + x_{1n} = 1.$$

1.2 i -работник должен быть назначен только на одну должность

$$x_{i1} + \dots + x_{ij} + \dots + x_{in} = 1.$$

1.3 Последний работник должен быть назначен только на одну должность

$$x_{n1} + \dots + x_{nj} + \dots + x_{nn} = 1.$$

2. На каждую должность должен быть назначен только на один работник

2.1 На первую должность должен быть назначен только на один работник

$$x_{11} + \dots + x_{i1} + \dots + x_{n1} = 1.$$

2.1 На j -должность должен быть назначен только на один работник

$$x_{1j} + \dots + x_{ij} + \dots + x_{nj} = 1.$$

2.1 На последнюю должность должен быть назначен только на один работник

$$x_{1n} + \dots + x_{in} + \dots + x_{nn} = 1.$$

4.4 Алгоритм решения задачи о назначениях в MS Excel

Условие задачи:

ООО «Рекрутер» – одно из ведущих кадровых агентств города Краснодара, специализирующееся в области подбора персонала высшего, среднего звеньев и кадрового консалтинга.

Кадровое агентство ежедневно пополняет базу данных кандидатов на вакантные должности. Фрагмент базы данных с интегральной балльной оценкой каждого кандидата на каждую должность представлен в таблице 24.

Таблица 24 – Результаты балльных оценок кандидатов на вакантные должности руководителей высшего звена

ФИО кандидата	Заместитель директора по инжинирингу	Генеральный директор	Руководитель отдела продаж	Коммерческий директор	Технический директор	Директор по строительству	Директор B2C дивизиона	Директор по обучению и развитию	Руководитель по охране окружающей среды	Начальник отдела планирования	Директор департамента маркетинга	Управляющий магазином
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Алеева А. П.	48	51	80	15	97	49	61	60	38	83	66	69
Белкина М. С.	69	26	57	31	98	12	63	67	37	38	36	81
Блинова К. Т.	82	59	34	86	23	17	24	38	33	21	12	30
Быстров Х. Ч.	37	28	76	88	74	57	26	19	49	99	44	99
Бычкова Ф. Д.	84	95	15	64	22	21	12	85	71	77	72	12
Витвинина Н. З.	67	22	49	74	23	73	73	99	62	83	13	37
Горшков П. К.	99	38	95	56	18	78	32	55	10	66	31	64
Грибова И. П.	84	47	92	44	27	84	73	59	78	14	68	65
Драгун М. Р.	93	36	93	42	31	50	45	18	28	69	31	99
Дьякова К. К.	83	55	86	43	58	50	37	95	33	78	46	39
Ельченко А. С.	14	93	79	49	76	34	51	84	53	94	59	20
Иванов И. И.	28	24	23	26	20	80	91	38	94	44	12	35
Канаша М. С.	78	18	87	65	69	33	72	62	31	54	46	36
Кошечев Г. Л.	93	52	37	18	72	56	17	10	10	57	42	69

Продолжение таблицы 24

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Лившица А. С.	45	38	12	28	35	68	76	46	51	85	42	86
Лызлов Я. Э.	33	33	39	82	12	57	92	63	32	98	64	54
Оболенив В. Б.	54	50	98	91	10	22	52	28	34	19	79	62
Орлова У. И.	85	51	98	37	16	88	58	98	13	28	27	17
Петров П. В.	43	15	61	60	30	39	35	32	12	74	90	77
Румянцев Э. И.	32	25	24	77	55	64	34	15	75	56	64	22
Семенов Т. О.	67	29	33	45	10	71	64	93	28	79	50	52
Тарасов И. К.	24	12	35	98	38	91	87	97	47	64	11	78
Хабаров А. Д.	27	18	96	84	91	16	63	27	91	62	89	23
Шипулин В. И.	12	84	10	92	55	52	58	73	31	43	79	77
Ярилина К. К.	31	77	35	86	43	49	71	83	51	26	26	17

В настоящее время поставлена задача подобрать на должности заместителя директора по инжинирингу, руководителя отдела продаж, технического директора и управляющего магазином следующих кандидатов Иванова И. И., Петрова П. В., Семенова Т. О. и Тарасова И. К. При этом учесть их интегральный балл оценки на каждую должность.

Осуществить назначение кандидатов на вакантные должности, так чтобы суммарная оценка всех претендентов была максимальна.

Составим экономико-математическую модель задачи

Составим целевую функцию

Исходя из условий задачи, необходимо назначить всех претендентов на вакантные должности таким образом, чтобы их суммарная оценка была **максимальной**.

Суммарная оценка в данной задачи рассчитываются по следующей формуле:

$$\begin{array}{l} \text{Суммарная} \\ \text{оценка} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Бальная} \\ \text{оценка пре-} \\ \text{тендента на} \\ \text{вакантную} \\ \text{должность} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{назначение} \\ \text{претендента} \\ \text{на долж-} \\ \text{ность} \end{array}$$

В задаче бальная оценка каждого претендента на вакантную должность известна (таблица 24), а назначен или не назначен претендент на эту должность не известно – значит назначение или не назначение кандидата примем за неизвестные.

Таким образом, целевая функция (суммарная оценка) будет выглядеть следующим образом:

$$C(\text{Суммарная оценка}) = 28 \cdot x_1 + 23 \cdot x_2 + 20 \cdot x_3 + 35 \cdot x_4 + 43 \cdot x_5 + 61 \cdot x_6 + 30 \cdot x_7 + 77 \cdot x_8 + 67 \cdot x_9 + 33 \cdot x_{10} + 10 \cdot x_{11} + 52 \cdot x_{12} + 24 \cdot x_{13} + 35 \cdot x_{14} + 38 \cdot x_{15} + 78 \cdot x_{16} \rightarrow \max,$$

- где
- x_1 – назначение Иванова И.И. на должность заместителя директора по инжинирингу;
 - x_2 – назначение Иванова И.И. на должность руководителя отдела продаж;
 - x_3 – назначение Иванова И.И. на должность технического директора;
 - x_4 – назначение Иванова И.И. на должность управляющего магазином;
 - x_5 – назначение Петрова П.В. на должность заместителя директора по инжинирингу;
 - x_6 – назначение Петрова П.В. на должность руководителя отдела продаж;
 - x_7 – назначение Петрова П.В. на должность технического директора;
 - x_8 – назначение Петрова П.В. на должность управляющего магазином;
 - x_9 – назначение Семенова Т.О. на должность заместителя директора по инжинирингу;
 - x_{10} – назначение Семенова Т.О. на должность руководителя отдела продаж;
 - x_{11} – назначение Семенова Т.О. на должность технического директора;
 - x_{12} – назначение Семенова Т.О. на должность управляющего магазином;
 - x_{13} – назначение Тарасова И.К. на должность заместителя директора по инжинирингу;
 - x_{14} – назначение Тарасова И.К. на должность руководителя отдела продаж;

x_{15} – назначение Тарасова И.К. на должность технического директора;

x_{16} – назначение Тарасова И.К. на должность управляющего магазином.

Составим систему ограничений

Каждый работник должен быть назначен только на одну должность:

1. Иванов И.И. должен быть назначен только на одну должность

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1.$$

2. Петров П.В. должен быть назначен только на одну должность

$$x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = 1.$$

3. Семенов Т.О. должен быть назначен только на одну должность

$$x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1.$$

4. Тарасов И.К. должен быть назначен только на одну должность

$$x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1.$$

На каждую должность должен быть назначен только один работник:

1. На должность заместителя директора по инжинирингу должен быть назначен только один работник

$$x_1 + x_5 + x_9 + x_{13} = 1.$$

2. На должность руководителя отдела продаж должен быть назначен только один работник

$$x_2 + x_6 + x_{10} + x_{14} = 1.$$

3. На должность технического директора должен быть назначен только один работник

$$x_3 + x_7 + x_{11} + x_{15} = 1.$$

4. На должность управляющего магазином должен быть назначен только один работник

$$x_4 + x_8 + x_{12} + x_{16} = 1.$$

Составим числовую модель задачи

Числовую модель оформим в виде таблицы, колонки которой содержат переменные задачи, а строки – ограничения – условия полного удовлетворения потребностей распределительных центров и полной отгрузки молочной продукции.

Решение задачи при помощи MS Excel

Для создания макета числовой модели в MS Excel необходимо запустить программу MS Excel и на новом листе оформить числовую модель в соответствии с рисунком 31.

В ячейки, в которых нет числовых значений (R5, R6, R7, R8, R10, R11, R12, R13, R14), следует ввести формулы, представленные в таблице 25.

Таблица 25 – Наименование ячеек и формулы, содержащиеся в них

Наименование ячейки	Формула
R5	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B5:Q5)
R6	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B6:Q6)
R7	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B7:Q7)
R8	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B8:Q8)
R10	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B10:Q10)
R11	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B11:Q11)
R12	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B12:Q12)
R13	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B13:Q13)
R14	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$Q\$3;B14:Q14)

Таблица 26 – Числовая модель транспортных перевозок

Наименование	Переменные																Вид ограничения	Объем ограничения
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆		
Назначение на должность претендентов:																		
Иванова И. И.	1	1	1	1													=	1
Петрова П. В.					1	1	1	1									=	1
Семенова Т. О.									1	1	1	1					=	1
Тарасова И. К.													1	1	1	1	=	1
Закрепление за претендентами должности:																	=	1
заместителя директора по инжинирингу	1				1				1					1			=	1
руководителя отдела продаж		1				1				1				1			=	1
технического директора			1				1				1				1		=	1
управляющего магазином				1				1				1				1	=	1
Суммарная оценка, ед	28	23	20	35	43	61	30	77	67	33	10	52	24	35	38	78	→	max

Параметры поиска решения, необходимые для получения числовых значений переменных представлены в таблице 27 и на рисунке 32.

Таблица 27 – Параметры поиска решения

Наименование	Значение
Оптимизировать целевую функцию	\$R\$14
До:	Максимум
Изменяя ячейки переменных	\$B\$3:\$Q\$3
В соответствии с ограничениями	$SR\$5 = ST\5 $SR\$6 = ST\6 $SR\$7 = ST\7 $SR\$8 = ST\8 $SR\$10 = ST\10 $SR\$11 = ST\11 $SR\$12 = ST\12 $SR\$13 = ST\13
Выберете метод решения	Поиск решения лин. задач симплекс-методом

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Наименование	Переменные																Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆			
3	Значение переменных:																			
4	Назначение на должность претендентов:																			
5	Иванова И.И.																		=	
6	Петрова П.В.																		=	
7	Семенова Т.О.																		=	
8	Тарасова И.К.																		=	
9	Закрепление за претендентами должности:																		=	
10	заместитель директора по инжинирингу																		=	
11	Руководитель отдела продаж																		=	
12	Технический директор																		=	
13	Управляющий магазином																		=	
14	Суммарная оценка, ед																		→	max

Рисунок 31 – Макет числовой модели задачи о назначениях в MS Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Наименование	Переменные																Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆			
3	Значение переменных:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
4	Назначение на должность претендентов:																			
5	Иванова И.И.	1	1	1	1													0,0	=	1
6	Петрова П.В.					1	1	1	1									0,0	=	1
7	Семенова Т.О.									1	1	1	1					0,0	=	1
8	Тарасова И.К.													1	1	1	1	0,0	=	1
9	Закрепление за претендентами должности:																		=	1
10	заместителя директора по инжинирингу	1				1				1				1				0,0	=	1
11	руководителя отдела продаж		1				1				1				1			0,0	=	1
12	технического директора			1				1				1				1		0,0	=	1
13	управляющего магазином				1				1				1				1	0,0	=	1
14	Суммарная оценка, ед	28	23	20	35	43	61	30	77	67	33	10	52	24	35	38	78	0,0	→	max

Рисунок 32 – Числовая модель задачи о назначениях в MS Excel

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

\$B\$3:\$Q\$3 = бинарное
\$RS10 = \$TS10
\$RS11 = \$TS11
\$RS12 = \$TS12
\$RS13 = \$TS13
\$RS5 = \$TS5
\$RS6 = \$TS6
\$RS7 = \$TS7
\$RS8 = \$TS8

Добавить
Изменить
Удалить
Сбросить
Загрузить/сохранить

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Параметры

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка

Рисунок 33 – Параметры поиска решения

Для получения числовых значений переменных необходимо нажать кнопку «Найти решение», в появившемся окне «Результаты поиска решения» выбрать один из вариантов отчета и нажать кнопку «Ок». В случае выбора пункта «Сохранить найденное решение» в ячейках В3:U3, будут сохранены числовые значения переменных, произведен расчет стоимости перевозки, запасов каждого молочного завода и потребностей распределительных центров (рисунок 34).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	Наименование	Переменные																Сумма	Вид ограничения	Объем ограничения
2		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅	X ₁₆			
3	Значение переменных:	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1			
4	Назначение на должность претендентов:																			
5	Иванова И. И.	1	1	1	1													1,0	=	1
6	Петрова П. В.					1	1	1	1									1,0	=	1
7	Семенова Т. О.									1	1	1	1					1,0	=	1
8	Тарасова И. К.													1	1	1	1	1,0	=	1
9	Закрепление за претендентами должности:																		=	1
10	заместителя директора по инжинирингу	1				1				1				1				1,0	=	1
11	руководителя отдела продаж		1				1				1				1			1,0	=	1
12	технического директора			1				1				1				1		1,0	=	1
13	управляющего магазином				1				1				1				1	1,0	=	1
14	Суммарная оценка, ед	28	23	20	35	43	61	30	77	67	33	10	52	24	35	38	78	226	→	max

Рисунок 34 – Решение транспортной задачи в Excel

Вывод

В результате проведенных расчетов было установлено, что Иванова И. И. следует назначить на должность технического директора ($x_3 = 1$); Петрова П. В. – на должность руководителя отдела продаж ($x_6 = 1$); Семенова Т. О. – на должность заместителя директора по инжинирингу ($x_9 = 1$); Тарасова И. К. – на должность управляющего магазином.

Суммарная оценка претендентов на должности составила 226 баллов.

Задание: составить и получить оптимальные параметры назначений на вакантные должности

Ситуация

Руководителю отдела подбора персонала дано поручение организовать работу по подбору кандидатов на вакантные должности и предложить кандидатуры в соответствии с проведенными процедурами тестирования по существующим вакансиям, так чтобы суммарная оценка кандидатов была **максимальна**.

Выполнить и дать письменные ответы в тетради:

1. Составить экономико-математическую модель назначений на вакантные должности по индивидуальному варианту, согласно данных таблиц 28.
2. Найдите наилучшее распределение кандидатов по вакансиям.
3. Найдите худшее распределение кандидатов по вакансиям.
4. Найти разницу между наилучшим и наихудшим планом перевозок.

Таблица 28 – Варианты индивидуальных заданий задачи
о назначении (фамилии, должности и оценки согласно
таблицы 25)

Вариант	Номера кандидатов									Номера должностей								
1	17	11	15	4	14	6	3	18	4	10	5	1	7	3	2	9		
2	6	21	1	2	7	15	17	14	5	1	9	3	7	2	4	6		
3	6	9	10	21	9	22	4	17	4	1	12	10	2	4	11	6		
4	10	9	15	2	19	18	24	11	2	8	11	1	8	9	6	5		
5	7	11	17	25	9	13	5	9	10	9	5	4	8	1	7	2		
6	7	25	24	11	3	19	21	20	10	3	11	4	6	7	12	2		
7	12	6	9	2	16	23	24	6	7	12	6	8	5	10	3	4		
8	9	13	4	2	12	6	11	22	6	5	3	12	1	9	11	2		
9	13	15	5	24	3	23	5	7	10	6	12	7	9	10	2	1		
10	24	2	21	5	7	25	22	13	9	10	5	8	11	3	1	8		
11	3	18	1	20	17	7	18	18	6	10	2	8	4	3	5	7		
12	12	19	18	25	13	3	11	17	6	1	4	11	2	10	9	8		
13	10	14	15	6	15	20	4	24	9	8	2	12	1	6	5	11		
14	21	2	3	12	18	23	25	1	3	2	12	2	1	8	7	11		
15	6	18	13	9	11	18	6	5	10	11	6	8	7	11	9	5		
16	17	13	12	9	21	10	20	14	4	1	10	2	5	4	7	12		
17	19	2	12	14	2	8	7	16	10	4	1	11	2	9	12	8		
18	10	1	18	6	16	19	22	3	8	4	3	9	7	8	6	4		
19	8	25	23	10	3	18	7	20	10	12	6	7	8	5	2	4		
20	12	25	11	5	16	24	15	9	9	3	2	8	5	12	4	10		

5. Сформулировать условие и произведите распределение так, чтобы кандидат №3 был в обязательном порядке назначен на должность №4, не зависимо от его интегрального балла.

6. Сформулировать условие и произведите распределение так, чтобы кандидат назначенный на вакантную должность, в решении, полученном в пункте 2, был бы исключен из назначения на данную должность.

7. Как изменится назначение кандидатов, если в интегральная оценка одного из кандидата сократится на 10, 15 %?

5 ЗАДАЧА О РАНЦЕ (РЮКЗАКЕ, ЗАГРУЗКЕ)

5.1 Алгоритм решения задачи о ранце MS Excel

ОАО «Морской торговый порт» является крупнейшим стивидорным оператором Новороссийского порта и оказывает полный спектр стивидорных услуг, включая перевалку нефти и нефтепродуктов, других наливных грузов, а также навалочных, генеральных грузов и контейнеров.

Специалист контейнерного терминала ОАО «Морской торговый порт» разрабатывает план погрузки судов-контейнеровозов. Ему необходимо осуществить погрузку судна, которое имеет следующие параметры: грузоместимость судна – 1100 м³; грузоподъемность судна – 2000 тонн; площадь грузового отсека – 700 м²; численность обслуживающего персонала – 53 чел.; общий объем рабочего времени в сутки – 424 чел.-ч.

В судно необходимо загрузить 10 неделимых грузов, каждый из них имеет свои характеристики, представленные в таблице 29.

Таблица 29 – Исходные данные

Наименование	Автомобиль	Прицеп	Контейнер 1 типа	Контейнер 2 типа	Крытый вагон	Полувагон	Цистерна	Хopper	Гусеничный трактор	Колёсный трактор
Объем, м ³	32	42	26	46	25	45	21	95	61	92
Вес, тонн	26	19	43	32	14	19	24	21	42	36
Площадь, м ²	22	10	24	15	20	11	20	21	12	21
Обслуживание, чел.-ч.	39	36	28	28	32	21	39	30	40	37
Персонал, чел.	3	2	8	6	1	9	9	2	5	4
Стоимость, тыс. руб.	71	84	66	92	97	77	93	88	22	17

Для решения задачи необходимо создать новый лист в программе MS Excel. Ввести начальные данные и оформить в соответствии с рисунком 35.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Задача о ранце (рюкзаке, загрузке)												
2													
3	Наименование	Автомобиль	Прицеп	Контейнер 1 типа	Контейнер 2 типа	Крытый вагон	Полувагон	Цистерна	Хоплер	Гусеничный трактор	Колёсный трактор	Ресур судна	Использовано
4	Объем, м ³	32	42	26	46	25	45	21	95	61	92	1100	0
5	Вес, тонн	26	19	43	32	14	19	24	21	42	36	2000	0
6	Площадь, м ²	22	10	24	15	20	11	20	21	12	21	700	0
7	Обслуживание, чел.-ч.	39	36	28	28	32	21	39	30	40	37	424	0
8	Персонал, чел.	3	2	8	6	1	9	9	2	5	4	53	0
9	Стоимость, тыс. руб.	71	84	66	92	97	77	93	88	22	17		
10													
11	На погрузку:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12													
13	ЦФ:	0											

Рисунок 35 – Исходная таблица

Значения, выделенные начертанием полужирный, означают что в этих ячейках введены формулы, которые представлены на рисунке 36.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Задача о ранце (рюкзаке, загрузке)												
2													
3	Наименование	Автомобиль	Прицеп	Контейнер 1 типа	Контейнер 2 типа	Крытый вагон	Полувагон	Цистерна	Хоплер	Гусеничный трактор	Колёсный трактор	Ресур судна	Использовано
4	Объем, м ³	32	42	26	46	25	45	21	95	61	92	1100	=СУММПРОИЗВ(B4:K4;B11:K11)
5	Вес, тонн	26	19	43	32	14	19	24	21	42	36	2000	=СУММПРОИЗВ(B5:K5;B11:K11)
6	Площадь, м ²	22	10	24	15	20	11	20	21	12	21	700	=СУММПРОИЗВ(B6:K6;B11:K11)
7	Обслуживание, чел.-ч.	39	36	28	28	32	21	39	30	40	37	424	=СУММПРОИЗВ(B7:K7;B11:K11)
8	Персонал, чел.	3	2	8	6	1	9	9	2	5	4	53	=СУММПРОИЗВ(B8:K8;B11:K11)
9	Стоимость, тыс. руб.	71	84	66	92	97	77	93	88	22	17		
10													
11	На погрузку:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12													
13	ЦФ:	=СУММПРОИЗВ(B9:K9;B11:K11)											

Рисунок 36 – Документ в режиме просмотр формул

Затем необходимо выполнить команду «ДАННЫЕ → Поиск решения» и заполнить появившееся диалоговое окно «Параметры поиска решения» в соответствии с рисунком 37.

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделайте переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 37 – Параметры поиска решения

После заполнения полей «Оптимизировать целевую функцию», «Изменяя ячейки переменных», «В соответствии с ограничениями» и «Выберите метод решения» нажать кнопку «**Найти решение**». Решение будет получено и в изменяемых ячейках появятся значения (рисунок 38).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Задача о ранце (рюкзаке, загрузке)												
2													
3	Наименование	Автомобиль	Прицеп	Контейнер 1 типа	Контейнер 2 типа	Крытый вагон	Полувагон	Цистерна	Хоппер	Гусеничный трактор	Колёсный трактор	Ресур судна	Использовано
4	Объем, м ³	32	42	26	46	25	45	21	95	61	92	1100	476
5	Вес, тонн	26	19	43	32	14	19	24	21	42	36	2000	304
6	Площадь, м ²	22	10	24	15	20	11	20	21	12	21	700	250
7	Обслуживание, чел.-ч.	39	36	28	28	32	21	39	30	40	37	424	424
8	Персонал, чел.	3	2	8	6	1	9	9	2	5	4	53	44
9	Стоимость, тыс. руб.	71	84	66	92	97	77	93	88	22	17		
10													
11	На погрузку:	0	0	0	6	8	0	0	0	0	0		
12													
13	ЦФ:	1328											

Рисунок 38 – Полученное решение

Вывод. В результате расчетов получено решение: при данных параметрах судна, целесообразно поместить в грузовой отсек 6 контейнеров 2 типа и 8 крытых вагонов, что обеспечит максимальную стоимость равную 1328 тыс. руб.

Задание: составить и получить оптимальные параметры

1. Составить экономико-математическую модель по индивидуальному варианту (таблица 30).
2. Определить какое количество груза нужно загрузить в трюм судна, чтобы общая стоимость была максимальной.

Таблица 30 – Варианты индивидуальных заданий задачи о ранце

Наименование	Вариант	Номер груза									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Объем, м ³	1	87	57	83	73	26	54	57	31	38	80
	2	92	94	57	24	87	84	40	32	36	68
	3	52	94	45	27	95	21	43	81	76	29
	4	90	29	64	36	32	87	92	39	72	26
	5	82	55	65	97	34	23	91	95	26	47
	6	42	63	87	81	69	73	20	84	67	94
Вес, т	1	34	35	49	26	16	11	47	49	39	19
	2	29	17	48	48	19	41	26	20	35	36
	3	44	21	34	47	39	33	44	21	26	42
	4	44	21	26	43	43	49	27	39	48	15
	5	12	42	24	20	46	10	26	16	29	47
	6	26	48	27	26	43	31	20	22	34	12
Площадь, м ²	1	19	23	15	24	20	14	23	19	18	18
	2	22	15	14	10	24	12	18	10	17	21
	3	13	21	16	17	18	22	25	22	13	12
	4	19	12	22	12	11	16	16	25	16	25
	5	23	13	11	25	12	24	16	12	16	22
	6	21	10	14	25	20	12	21	24	14	20
Обслуживание, чел.-ч	1	29	43	23	36	47	27	27	35	47	34
	2	48	49	22	48	34	47	48	50	30	30
	3	20	40	22	24	36	48	22	31	39	50
	4	45	28	35	32	49	29	41	23	28	37
	5	32	21	32	37	33	21	39	41	50	50
	6	30	28	23	38	39	27	46	48	42	27
Персонал, чел.	1	6	2	3	7	1	1	6	6	9	8
	2	8	2	8	6	2	2	5	8	9	4
	3	9	5	6	9	9	4	3	7	6	9
	4	8	9	1	3	1	7	7	2	5	9
	5	8	4	9	4	1	9	1	4	7	2
	6	8	8	8	2	4	8	6	8	1	3
Стоимость, тыс. руб.	1	31	75	96	91	48	54	97	82	74	31
	2	96	38	45	79	73	29	94	59	56	21
	3	75	87	80	91	21	39	87	22	43	73
	4	36	59	77	32	29	91	57	23	92	28
	5	60	77	94	84	52	96	65	73	86	60
	6	75	97	31	92	41	83	31	52	30	69

3. Чему будет равна стоимость груза, если: а) численность обслуживающего персонала увеличится на 35 %; б) грузоподъемность судна сократится на 15 %; в) общий объем рабочего времени в сутки в 2 раза.

4. Чему будет равна стоимость груза, при условии, что в обязательном порядке будут погружены: контейнер 1 типа, контейнер 2 типа и крытый вагон.

5. Чему будет равна стоимость груза, при условии, что количество груза «Крытый вагон» должно быть не более 2 ед.

6 ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЙ

6.1 Постановка задачи об оптимальном распределении инвестиций MS Excel

Коммерческий банк «Кубань» – один из самых активных и растущих банков Южного федерального округа, успешно работающий на финансовом рынке региона с 1993 г. Коммерческий банк «Кубань» – обслуживает территорию 3 субъектов Российской Федерации: Ростовской области, Краснодарского края и Республики Адыгея.

Руководство коммерческого банка решило инвестировать 90 млн руб. в свои отделения, расположенных в г. Абинск, г. Анапа, г. Ейск, г. Лабинск и г. Сочи. Проведенные исследования прогнозируют величину ожидаемой прибыли каждого из отделения в зависимости от объема инвестированных средств. Эти данные представлены в таблице 31.

Таблица 31 – Объем инвестиций и величина прибыли

Объем инвестиций	Величина ожидаемой прибыли в отделении				
	г. Абинск	г. Анапа	г. Ейск	г. Лабинск	г. Сочи
0	0	0	0	0	0
15	35	59	45	61	36
30	77	82	22	59	62
45	44	96	47	27	93
60	98	19	99	21	85
75	95	61	74	38	80
90	41	93	47	72	86

Определить объемы инвестиций по отделениям, которые дадут максимальную прибыль.

6.2 Математическая модель задачи об оптимальном распределении инвестиций

Экономико-математическая модель задачи

Пусть:

- x_1 – сумма инвестиций, выделенных отделению в г. Абинск, млн. руб.
- x_2 – сумма инвестиций, выделенных отделению в г. Анапа, млн. руб.
- x_3 – сумма инвестиций, выделенных отделению в г. Ейск, млн. руб.
- x_4 – сумма инвестиций, выделенных отделению в г. Лабинск, млн. руб.
- x_5 – сумма инвестиций, выделенных отделению в г. Сочи, млн. руб.

Целевая функция (стоимость перевозки):

$$f_5(90) = g_1(x_1) + g_2(x_2) + g_3(x_3) + g_4(x_4) + g_5(x_5) \rightarrow \max,$$

при условиях(ограничениях):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 90 \\ x_{1,2,3,4,5} \geq 0 \end{cases}.$$

Решение. Разобьем решение задачи на пять этапов по количеству отделений банка, в которые предполагается осуществить инвестиции.

Решение будем проводить согласно рекуррентным соотношениям в пять этапов.

1-й ЭТАП. Инвестиции производим только первому предприятию:

$$f_1(15) = 35; \quad f_1(30) = 77; \quad f_1(45) = 44; \quad f_1(60) = 98; \\ f_1(75) = 95; \quad f_1(90) = 41.$$

2-й ЭТАП. Инвестиции выделяем отделениям г. Абинска и г. Анапа.

Рекуррентное соотношение для 2-го этапа имеет вид:

$$f_2(x) = \max\{g_2(x_2) + f_1(x - x_2)\},$$

тогда:

$$f_2(15) = \max\{35 + 0; 0 + 59\} = 59;$$

$$\begin{aligned}
f_2(30) &= \max\{77; 35 + 59; 82\} = \max\{77; 94; 82\} = 94; \\
f_2(45) &= \max\{44; 77 + 59; 35 + 82; 96\} = 136; \\
f_2(60) &= \max\{98; 44 + 59; 77 + 82; 35 + 96; 19\} = 159; \\
f_2(75) &= \max\{95; 98 + 59; 44 + 82; 77 + 96; 35 + 19; 61\} = 173; \\
f_2(90) &= \max\{41; 95 + 59; 98 + 82; 44 + 96; 77 + 19; 35 + 61; 93\} = 180.
\end{aligned}$$

Представим полученные значения в таблице 32.

Таблица 32 – Объем инвестиций и величина прибыли (2 этап)

Объем инвестиций	$f_2(x)$	отделении г. Ейск	отделении г. Лабинск	отделении г. Сочи
0	0	0	0	0
15	59	45	61	36
30	94	22	59	62
45	136	47	27	93
60	159	99	21	85
75	173	74	38	80
90	180	47	72	86

3-й ЭТАП. Финансируем 2-й этап и отделение г. Ейск.

Рекуррентное соотношение для 3-го этапа имеет вид:

$$f_3(x) = \max\{g_3(x_3) + f_2(x - x_3)\},$$

тогда:

$$\begin{aligned}
f_3(15) &= \max\{59; 45\} = 59; \\
f_3(30) &= \max\{94; 59 + 45; 22\} = \max\{94; 104; 22\} = 104; \\
f_3(45) &= \max\{136; 94 + 45; 59 + 22; 47\} = 139; \\
f_3(60) &= \max\{159; 136 + 45; 94 + 22; 59 + 47; 99\} = 181; \\
f_3(75) &= \max\{173; 159 + 45; 136 + 22; 94 + 47; 59 + 99; 74\} = 204; \\
f_3(90) &= \max\{180; 173 + 45; 159 + 22; 136 + 47; 94 + 99; 59 + 74; 47\} = 218.
\end{aligned}$$

Представим полученные значения в таблице 33.

4-й ЭТАП. Финансируем 2-й этап и отделение г. Лабинск.

Рекуррентное соотношение для 4-го этапа имеет вид:

$$f_4(x) = \max\{g_4(x_4) + f_3(x - x_4)\},$$

тогда

$$f_4(15) = \max\{59; 61\} = 61;$$

$$f_4(30) = \max\{104; 59 + 61; 59\} = \max\{104; 120; 59\} = 120;$$

$$f_4(45) = \max\{139; 104 + 61; 59 + 59; 27\} = 165;$$

$$f_4(60) = \max\{181; 139 + 61; 104 + 59; 59 + 27; 21\} = 200;$$

$$f_4(75) = \max\{204; \mathbf{181 + 61}; 139 + 61; 104 + 27; 59 + 21; 38\} = \mathbf{242};$$

$$f_4(90) = \max\{218; 204 + 61; 181 + 59; 139 + 27; 104 + 21; 59 + 38; 72\} = 265.$$

Таблица 33 – Объем инвестиций и величина прибыли (3 этап)

Объем инвестиций	$f_3(x)$	отделении г. Лабинск	отделении г. Сочи
0	0	0	0
15	59	61	36
30	104	59	62
45	139	27	93
60	181	21	85
75	204	38	80
90	218	72	86

Представим полученные значения в таблице 34.

Таблица 34 – Объем инвестиций и величина прибыли (4 этап)

Объем инвестиций	$f_4(x)$	отделении г. Сочи
0	0	0
15	61	36
30	120	62
45	165	93
60	200	85
75	242	80
90	265	86

5-й ЭТАП. Инвестиции распределяем между 4-м этапом и отделением г. Сочи.

Рекуррентное соотношение для 5-го этапа имеет вид:

$$f_5(x) = \max\{g_5(x_5) + f_4(x - x_5)\},$$

тогда

$$\begin{aligned}
f_5(15) &= \max\{61; 36\} = 61; \\
f_5(30) &= \max\{120; 61 + 36; 62\} = \max\{104; 97; 59\} = 104; \\
f_5(45) &= \max\{165; 120 + 36; 61 + 62; 93\} = 165; \\
f_5(60) &= \max\{200; 165 + 36; 120 + 62; 61 + 93; 85\} = 201; \\
f_5(75) &= \max\{242; 200 + 36; 165 + 62; 120 + 93; 61 + 85; 80\} = \\
&= 242; \\
f_5(90) &= \max\{265; \mathbf{242 + 36}; 200 + 62; 165 + 93; 120 + 85; 61 + \\
&= 80; 86\} = \mathbf{278}.
\end{aligned}$$

Получены условия управления от 1-го до 5-го этапа. Вернемся от 5-го к 1-му этапу. Максимальный эффект в 278 млн руб. получен на 5-м этапе как 242 + 36, т. е. 36 млн руб. соответствуют выделению 15 млн руб. отделению в г. Сочи.

Согласно 4-му этапу 242 млн руб. получен как 181 + 61, т. е. 61 млн руб. соответствует выделению 15 млн руб. отделению г. Лабинска.

Согласно 3-этапу 181 млн руб. получен как 136 + 45, т. е. 45 млн руб. соответствует выделению 15 млн руб. отделению г. Ейска.

Согласно 2-этапу 136 млн руб. получен как 77 + 59, т. е. 59 млн руб. соответствует выделению 15 млн руб. отделению г. Анапа.

Согласно 1-этапу 77 млн руб. получено при инвестировании 30 млн руб. в отделение г. Абинска.

Вывод. Инвестиции в размере 90 млн руб. необходимо распределить следующим образом: отделению г. Абинска 30 млн руб. (доход 77 млн руб.); отделению г. Анапа 15 млн руб. (доход 59 млн руб.); отделению г. Ейск 15 млн руб. (доход 45 млн руб.); отделению г. Лабинск 15 млн руб. (доход 61 млн руб.); отделению г. Сочи 15 млн руб. (доход 36 млн руб.). Что обеспечит максимальный доход, равный 278 млн руб.

6.3 Алгоритм решения задачи об оптимальном распределении инвестиций в MS Excel

Для решения задачи необходимо создать новый лист в программе MS Excel. Ввести начальные данные и оформить в соответствии с рисунком 39.

	A	B	C	D	E	F	G	
1	Задача об оптимальном распределении инвестиций							
2								
3								
4	Объем инвестиций	Величина ожидаемой прибыли:						
		отделения г. Абинск	отделения г. Анапа	отделения г. Ейск	отделения г. Лабинск	отделения г. Сочи		
5		0	0	0	0	0		
6		15	0	0	0	0		0
7		30	0	0	0	0		0
8		45	0	0	0	0		0
9		60	0	0	0	0		0
10		75	0	0	0	0		0
11	90	0	0	0	0	0		
12	Количество инвестиций в отделения	0	0	0	0	0	Итого инвестиций	
13	Инвестиции:	0	0	0	0	0		0
14								
15	ЦФ:	0						
16								
17	Объем инвестиций	Величина ожидаемой прибыли:						
18		отделения г. Абинск	отделения г. Анапа	отделения г. Ейск	отделения г. Лабинск	отделения г. Сочи		
19		0	0	0	0	0		
20		15	35	59	45	61		36
21		30	77	82	22	59		62
22		45	44	96	47	27		93
23		60	98	19	99	21		85
24		75	95	61	74	38		80
25		90	41	93	47	72		86

Рисунок 39 – Исходная таблица

Значения, выделенные начертанием полужирный, означают что в этих ячейках введены формулы, которые представлены на рисунке 40.

В соответствующие ячейки введите формулы.

1	A	B	C	D	E	F	G
2	Задача об оптимальном распределении инвестиций						
3	Объем инвестиций	Величина ожидаемой прибыли:					
4		отделения г. Абинск	отделения г. Анапа	отделения г. Ейск	отделения г. Лабинск	отделения г. Сочи	
5		0	0	0	0	0	
6		15	0	0	0	0	
7		30	0	0	0	0	
8		45	0	0	0	0	
9		60	0	0	0	0	
10		75	0	0	0	0	
11		90	0	0	0	0	
12	Количество инвестиций в отделения	=СУММ(B5:B11)	=СУММ(C5:C11)	=СУММ(D5:D11)	=СУММ(E5:E11)	=СУММ(F5:F11)	Итого инвестиций
13	Инвестиции:	=СУММПРОИЗВ(B5:B11;\$A\$19:\$A\$25)	=СУММПРОИЗВ(C5:C11;\$A\$19:\$A\$25)	=СУММПРОИЗВ(D5:D11;\$A\$19:\$A\$25)	=СУММПРОИЗВ(E5:E11;\$A\$19:\$A\$25)	=СУММПРОИЗВ(F5:F11;\$A\$19:\$A\$25)	
14							
15	ЦФ:	=СУММПРОИЗВ(B5:F11;B19:F25)					
16							
17	Объем инвестиций	Величина ожидаемой прибыли:					
18		отделения г. Абинск	отделения г. Анапа	отделения г. Ейск	отделения г. Лабинск	отделения г. Сочи	
19		0	0	0	0	0	
20		15	35	59	61	36	
21		30	77	82	22	59	
22		45	44	96	47	27	
23		60	98	19	99	21	
24		75	95	61	74	38	
25		90	41	93	47	72	

Рисунок 40 – Документ в режиме просмотра формул

Затем необходимо выполнить команду «ДАННЫЕ → Поиск решения» и заполнить появившееся диалоговое окно «Параметры поиска решения» (рисунок 41).

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 41 – Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

В пункте «**Выберите метод решения**» укажите «**Поиск решения лин. задач симплекс-методом**». После заполнения полей «Оптимизировать целевую функцию», «Изменяя ячейки переменных», «В соответствии с ограничениями» и «Выберите метод решения» нажать кнопку «**Найти решение**» (рисунок 42).

	A	B	C	D	E	F	G	
1	Задача об оптимальном распределении инвестиций							
2								
3	Объем инвестиций	Величина ожидаемой прибыли:					Итого инвестиций	
4		отделения г. Абинск	отделения г. Анапа	отделения г. Ейск	отделения г. Лабинск	отделения г. Сочи		
5	0	0	0	0	0	0		
6	15	0	1	1	1	1		
7	30	1	0	0	0	0		
8	45	0	0	0	0	0		
9	60	0	0	0	0	0		
10	75	0	0	0	0	0		
11	90	0	0	0	0	0		
12	Количество инвестиций в отделение	1	1	1	1	1		
13	Инвестиции:	30	15	15	15	15		90
14								
15	ЦФ:	278						
16								
17	Объем инвестиций	Величина ожидаемой прибыли:						
18		отделения г. Абинск	отделения г. Анапа	отделения г. Ейск	отделения г. Лабинск	отделения г. Сочи		
19	0	0	0	0	0	0		
20	15	35	59	45	61	36		
21	30	77	82	22	59	62		
22	45	44	96	47	27	93		
23	60	98	19	99	21	85		
24	75	95	61	74	38	80		
25	90	41	93	47	72	86		

Рисунок 42 – Полученное решение

Вывод. В результате получено решение – инвестиции в размере 90 млн руб. необходимо распределить следующим образом:

- отделению в г. Абинске необходимо выделить 30 млн руб.;
- отделению в г. Анапа – 15 млн руб.;
- отделению в г. Ейск – 15 млн руб.;
- отделению в г. Лабинск – 15 млн руб.;
- отделению в г. Сочи – 15 млн руб.

Это обеспечит максимальный доход, равный 278 млн руб.

Задание: составить и получить оптимальные параметры распределения инвестиций

1. Составить экономико-математическую модель по индивидуальному варианту (таблица 35).
2. Определить объемы инвестиций по отделениям, которые дадут максимальную прибыль.

Таблица 35 – Варианты индивидуальных заданий

Объем инвестиций	Номер отделения	Номер варианта														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		Ожидаемая прибыль, млн руб														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
10	1	13	10	19	6	8	18	7	10	7	8	10	9	12	19	17
	2	7	8	13	10	6	6	12	9	8	6	15	7	6	14	18
	3	15	9	10	16	10	16	15	11	12	13	19	10	19	12	11
	4	12	11	14	13	19	15	6	19	10	7	11	11	10	9	7
	5	9	16	8	7	16	9	10	13	6	9	7	14	9	13	10
	6	78	93	95	61	65	93	65	87	78	67	84	63	89	90	73
20	1	29	37	26	23	24	26	27	21	22	30	33	37	32	20	33
	2	25	34	29	34	21	34	32	37	30	36	26	27	30	28	22
	3	22	21	34	37	34	22	25	24	34	37	24	35	20	32	23
	4	36	35	20	30	28	32	36	27	25	31	27	21	27	37	20
	5	35	37	37	21	31	31	21	21	28	24	25	20	28	21	25
	6	95	63	73	83	92	62	60	59	67	85	89	95	78	90	59
30	1	38	51	39	51	51	47	39	43	40	32	33	44	42	35	43
	2	50	45	31	43	41	44	35	40	38	34	42	38	32	46	51
	3	43	48	44	33	35	36	41	36	31	49	44	43	35	48	47
	4	45	39	48	31	42	43	40	43	48	52	32	43	34	36	40
	5	47	51	47	45	44	40	37	42	47	38	45	45	37	42	44
	6	85	95	73	85	67	92	94	91	91	85	84	67	80	65	65

Продолжение таблицы 35

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
40	1	61	55	56	57	58	57	50	60	61	50	53	61	55	57	61
	2	64	46	45	54	59	59	64	58	46	64	45	63	43	51	50
	3	59	47	53	42	61	50	52	43	42	51	51	55	58	45	64
	4	68	42	62	50	52	44	44	58	53	61	58	59	42	57	61
	5	47	59	46	55	63	60	62	58	63	46	57	60	49	48	55
	6	62	81	66	59	78	95	59	56	85	88	60	87	76	92	89
50	1	70	72	60	72	65	66	63	81	78	59	63	78	78	75	73
	2	56	77	56	63	57	72	68	79	58	78	78	53	62	79	79
	3	78	56	69	54	76	56	70	55	81	60	62	71	55	82	69
	4	60	82	57	53	78	63	76	82	80	74	65	64	74	61	66
	5	79	58	62	63	82	80	65	62	72	63	60	53	75	59	78
	6	62	83	75	70	75	92	91	59	90	65	75	69	75	75	91
60	1	61	55	56	57	58	57	50	60	61	50	53	61	55	57	61
	2	64	46	45	54	59	59	64	58	46	64	45	63	43	51	50
	3	59	47	53	42	61	50	52	43	42	51	51	55	58	45	64
	4	68	42	62	50	52	44	44	58	53	61	58	59	42	57	61
	5	47	59	46	55	63	60	62	58	63	46	57	60	49	48	55
	6	94	70	83	57	67	66	87	61	84	58	80	92	93	55	93
70	1	70	72	60	72	65	66	63	81	78	59	63	78	78	75	73
	2	56	77	56	63	57	72	68	79	58	78	78	53	62	79	79
	3	78	56	69	54	76	56	70	55	81	60	62	71	55	82	69
	4	60	82	57	53	78	63	76	82	80	74	65	64	74	61	66
	5	79	58	62	63	82	80	65	62	72	63	60	53	75	59	78
	6	80	89	73	61	72	55	82	77	59	80	60	55	70	80	76

Продолжение таблицы 35

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
80	1	70	72	60	72	65	66	63	81	78	59	63	78	78	75	73
	2	56	77	56	63	57	72	68	79	58	78	78	53	62	79	79
	3	78	56	69	54	76	56	70	55	81	60	62	71	55	82	69
	4	60	82	57	53	78	63	76	82	80	74	65	64	74	61	66
	5	79	58	62	63	82	80	65	62	72	63	60	53	75	59	78
	6	69	73	93	81	68	59	85	78	88	57	55	73	61	57	95

3. Предположим, что в отделении города Анапа инвестиции не будут осуществлены, как изменится распределение инвестиций *(в случае если в решение в г. Анапа не будут выделены инвестиции, то использовать другой город)*.

4. Как изменится прибыль, если объем инвестиции сократится с 80 до: а) 70 млн руб. б) 60 млн руб.

7 ЗАДАЧА КОММИВОЯЖЕРА

7.1 Постановка задачи коммивояжера

Условие. В соответствии договором-поставки транспортная компания «ТрансАвто», находящаяся в городе Краснодар, обязуется перевести минеральные удобрения Суперфосфат и Нитрофос со склада компании ООО «Агро-Плюс» своим клиентам, которые расположены в городах: Ростов-на-Дону, Волгоград, Астрахань, Грозный.

Стоимость перевозки минеральных удобрений в каждый город и обратно представлена в таблице 36.

Таблица 36 – Стоимость перевозки, тыс руб.

Город	Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный
Краснодар	∞	30	50	10	40
Ростов-на-Дону	10	∞	40	20	50
Волгоград	80	20	∞	20	60
Астрахань	70	10	80	∞	80
Грозный	60	20	90	70	∞

7.2 Математическая модель задачи коммивояжера

Пусть:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если коммивояжер проезжает из города } A_i \text{ в город } A_j \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

где $i = \overline{1,5}$; $j = \overline{1,5}$

Целевая функция (стоимость перевозки):

$$\begin{aligned} Z = & 0x_{11} + 30x_{12} + 50x_{13} + 10x_{14} + 40x_{15} + \\ & 10x_{21} + 0x_{22} + 40x_{23} + 20x_{24} + 50x_{25} + \\ & 80x_{31} + 20x_{32} + 0x_{33} + 20x_{34} + 60x_{35} + \\ & 70x_{41} + 10x_{42} + 80x_{43} + 0x_{44} + 80x_{45} + \\ & 60x_{51} + 20x_{52} + 90x_{53} + 70x_{54} + 0x_{55} \rightarrow \min \end{aligned}$$

при условиях(ограничениях):

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 1 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 1 \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} = 1 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 1 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 1 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 1 \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 1 \end{cases}$$

Решение. Решение будем проводить согласно рекуррентным соотношениям в четыре этапа.

1-й ЭТАП. Рассчитаем стоимость проезда между двумя городами по формуле 12.

$$B(i, \{j\}) = s_{ij} + s_{j1}$$

Стоимость проезда из г. Ростов-на-Дону в г. Волгоград (s_{23}), из г. Волгограда в г. Краснодара (s_{31}) равна:

$$B(2, \{3\}) = s_{23} + s_{31} = 40 + 80 = 120$$

Аналогично рассчитываем стоимость проезда для других городов, конечным городом будет всегда г. Краснодар:

$$B(2, \{4\}) = s_{24} + s_{41} = 20 + 70 = 90$$

$$B(2, \{5\}) = s_{25} + s_{51} = 50 + 60 = 110$$

$$B(3, \{2\}) = s_{32} + s_{21} = 20 + 10 = 30$$

$$B(3, \{4\}) = s_{34} + s_{41} = 20 + 70 = 90$$

$$B(3, \{5\}) = s_{35} + s_{51} = 60 + 60 = 120$$

$$B(4, \{2\}) = s_{42} + s_{21} = 10 + 10 = 20$$

$$B(4, \{3\}) = s_{43} + s_{31} = 80 + 80 = 16$$

$$B(4, \{5\}) = s_{45} + s_{51} = 80 + 60 = 140$$

$$B(5, \{2\}) = s_{52} + s_{21} = 20 + 10 = 30$$

$$B(5, \{3\}) = s_{53} + s_{31} = 90 + 80 = 170$$

$$B(5, \{4\}) = s_{54} + s_{41} = 70 + 70 = 140$$

2-й ЭТАП. Рассчитаем стоимость проезда между тремя городами и определим их наименьшую стоимость

$$B(i, V) = \min_{j \in V} (s_{ij} + B(j, V \setminus \{j\}))$$

Возможные варианты проезда из городов Ростов-на-Дону (2), Волгоград (3), Астрахань (4) и Грозный (5) представлены на рисунке 31.

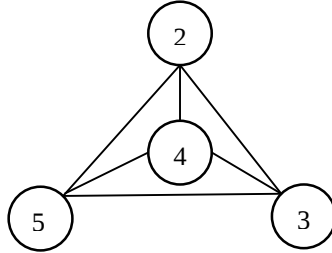


Рисунок 43 – Возможные варианты проезда из городов

Рассчитаем минимальную стоимость проезда из г. Астрахань в г. Краснодар:

$$B(4, \{2, 3\}) = \min(s_{42} + B(2, 3); s_{43} + B(3, 2)) = \min(10 + 120; 80 + 30) = 110$$

Путь 1: г. Астрахань $\rightarrow$ г. Ростов-на-Дону (s_{42}) равен 10 тыс. руб.; г. Ростов-на-Дону $\rightarrow$ г. Волгоград $\rightarrow$ г. Краснодар ($B(2, 3)$) равен 120 тыс. руб. Полная стоимость пути составила 130 тыс. руб.

Путь 2: г. Астрахань $\rightarrow$ г. Волгоград (s_{43}) равен 80 тыс. руб.; г. Волгоград $\rightarrow$ г. Ростов-на-Дону $\rightarrow$ г. Краснодар ($B(3, 2)$) равен 30 тыс. руб. Полная стоимость пути составила 110 тыс. руб.

Таким образом, минимальная стоимость проезда из г. Астрахань в г. Краснодар, через г. Волгоград и г. Ростов-на-Дону составляет 110 тыс. руб.

Аналогично рассчитываем стоимость проезда для других городов:

$$B(5, \{2, 3\}) = \min(s_{52} + B(2, 3); s_{53} + B(3, 2)) = \min(20 + 120; 90 + 30) = 120$$

$$B(3, \{2, 4\}) = \min(s_{32} + B(2, 4); s_{34} + B(4, 2)) = \min(20 + 90; 20 + 20) = 40$$

$$B(5, \{2, 4\}) = \min(s_{52} + B(2, 4); s_{54} + B(4, 2)) = \min(20 + 90; 70 + 20) = 90$$

$$B(3, \{2, 5\}) = \min(s_{32} + B(2, 5); s_{35} + B(5, 2)) = \min(20 + 110; 60 + 30) = 90$$

$$B(4, \{2, 5\}) = \min(s_{42} + B(2, 5); s_{45} + B(5, 2)) = \min(10 + 110; 80 + 30) = 110$$

$$\begin{aligned}
B(2, \{3,4\}) &= \min(s_{23} + B(2,3); s_{24} + B(3,2)) = \min(40 + 90; 20 + 160) = 130 \\
B(5, \{3,4\}) &= \min(s_{53} + B(3,4); s_{54} + B(4,3)) = \min(90 + 90; 70 + 160) = 180 \\
B(2, \{3,5\}) &= \min(s_{23} + B(3,5); s_{25} + B(5,3)) = \min(40 + 120; 50 + 170) = 160 \\
B(4, \{3,5\}) &= \min(s_{43} + B(3,5); s_{45} + B(5,3)) = \min(80 + 120; 80 + 170) = 200 \\
B(2, \{4,5\}) &= \min(s_{24} + B(4,5); s_{25} + B(5,4)) = \min(20 + 140; 50 + 140) = 160 \\
B(3, \{4,5\}) &= \min(s_{34} + B(4,5); s_{35} + B(5,4)) = \min(20 + 140; 50 + 140) = 160
\end{aligned}$$

3-й ЭТАП. Рассчитаем стоимость проезда между четырьмя городами и определим наименьшую их стоимость:

$$\begin{aligned}
B(5, \{2, 3, 4\}) &= \min(s_{52} + B(2\{3,4\}); s_{53} + B(3\{2, 4\}); s_{54} + B(5\{2,3\})) \\
&= \min(20 + 130; \mathbf{90 + 40}; 70 + 110) = \mathbf{130}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B(4, \{2,3,5\}) &= \min(s_{42} + B(2\{3,5\}); s_{43} + B(3\{2,5\}); s_{45} + B(5\{2,3\})) \\
&= \min(10 + 160; 80 + 90; 80 + 120) = 170
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B(3, \{2,4,5\}) &= \min(s_{32} + B(2\{4,5\}); s_{34} + B(4\{2,5\}); s_{35} + B(5\{2,4\})) \\
&= \min(20 + 160; 20 + 110; 60 + 90) = 130
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B(2, \{3,4,5\}) &= \min(s_{23} + B(3\{4,5\}); s_{24} + B(4\{3,5\}); s_{25} + B(5\{3,4\})) \\
&= \min(40 + 160; 20 + 200; 50 + 180) = 200
\end{aligned}$$

4-й ЭТАП. Рассчитаем минимальную стоимость проезда через все города:

$$\begin{aligned}
B(1, \{2,3,4,5\}) &= \min(s_{12} + B(2\{3,4,5\}); s_{13} + B(3\{2,4,5\}); s_{14} + B(4\{2,3,5\}); s_{15} + \\
&B(5\{2, 3, 4\})) = \min(30 + 200; 50 + 130; 10 + 170; \mathbf{40 + 130}) = \mathbf{170}
\end{aligned}$$

Минимальная стоимость проезда составила 170 тыс. руб. получена на 4-м этапе как 40+130, т.е. **s₁₅ + B(5{2, 3, 4})**), соответственно 40 тыс. руб. необходимо потратить на переезд из г. Краснодар в г. Грозный. Согласно 3-му этапу 130 тыс. руб. получено как 90+40, т.е. **s₅₃ + B(3{2, 4})**), соответственно 90 тыс. руб. необходимо потратить на переезд из г. Грозный в г. Волгоград. Согласно 2-му этапу 40 тыс. руб. получено как 20+20, т.е. **s₃₄ + B(4, 2)** соответствует выделению 20 тыс. руб. потратить на переезд из г. Волгограда в г. Астрахань.

Ответ. Минимальная стоимость маршрута составила 170 тыс. руб. Путь: Краснодар → Грозный → Волгоград → Астрахань → Ростов-на-Дону → Краснодар.

7.3 Алгоритм решения задачи коммивояжера в MS Excel

В соответствии договором-поставки транспортная компания «ТрансАвто», находящаяся в городе Краснодар, обязуется перевести минеральные удобрения Суперфосфат и Нитрофос со склада компании ООО «Агро-Плюс» своим клиентам, которые расположены в городах: Ростов-на-Дону, Волгоград, Астрахань, Грозный, Ставрополь (рисунки 44).

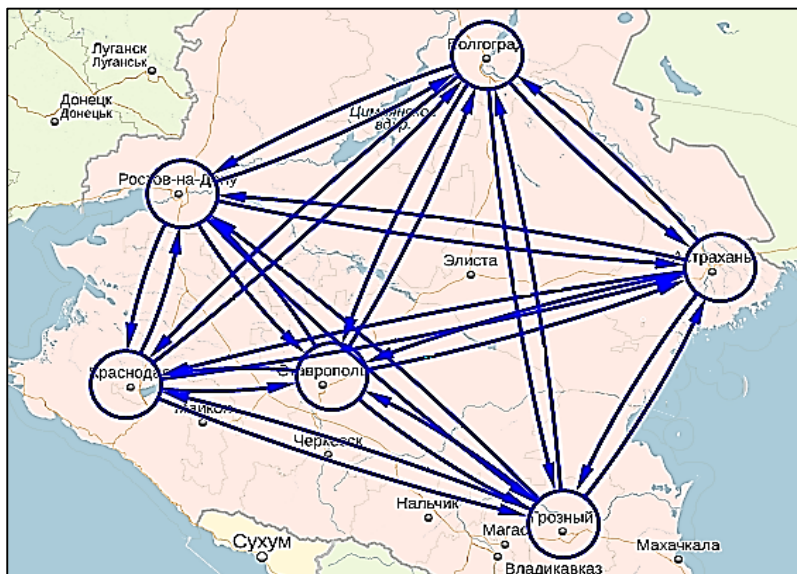


Рисунок 44 – Расположение городов

Стоимость перевозки минеральных удобрений в каждый город и обратно представлена в таблице 37.

Таблица 37 – Стоимость перевозки, тыс. руб.

Город	Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь
Краснодар	∞	40	85	49	79	89
Ростов-на-Дону	68	∞	71	38	78	60
Волгоград	38	80	∞	16	43	98
Астрахань	42	36	26	∞	73	37
Грозный	68	64	19	24	∞	60
Ставрополь	18	62	75	53	46	∞

Определить минимальную стоимость маршрута.

Для решения задачи необходимо создать новый лист в программе MS Excel. Ввести начальные данные и оформить в соответствии с рисунком 45.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Задача коммивояжера							
2	<i>Таблица переходов между городами</i>							
3		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	Ограничения:
4	Краснодар	0	0	0	0	0	0	0
5	Ростов-на-Дону	0	0	0	0	0	0	0
6	Волгоград	0	0	0	0	0	0	0
7	Астрахань	0	0	0	0	0	0	0
8	Грозный	0	0	0	0	0	0	0
9	Ставрополь	0	0	0	0	0	0	0
10	Ограничения:	0	0	0	0	0	0	
11	<i>Таблица расстояний между городами</i>							
12		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	
13	Краснодар	9999	40	85	49	79	89	
14	Ростов-на-Дону	68	9999	71	38	78	60	
15	Волгоград	38	80	9999	16	43	98	
16	Астрахань	42	36	26	9999	73	37	
17	Грозный	68	64	19	24	9999	60	
18	Ставрополь	18	62	75	53	46	9999	
19								
20								
21	Всего	0						

Рисунок 45 – Исходная таблица

При решении задач на минимум, стоимость перевозки от города до самого себя принята достаточно большой (в нашем случае это 9999). При решении задачи на максимум значение будет равно нулю.

Значения, выделенные начертанием полужирный, означают что в этих ячейках введены формулы, которые представлены на рисунке 46.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Задача коммивояжера							
2	<i>Таблица переходов между городами</i>							
3		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	Ограни- чения:
4	Краснодар	0	0	0	0	0	0	=СУММ(B4:G4)
5	Ростов-на-Дону	0	0	0	0	0	0	=СУММ(B5:G5)
6	Волгоград	0	0	0	0	0	0	=СУММ(B6:G6)
7	Астрахань	0	0	0	0	0	0	=СУММ(B7:G7)
8	Грозный	0	0	0	0	0	0	=СУММ(B8:G8)
9	Ставрополь	0	0	0	0	0	0	=СУММ(B9:G9)
10	Ограничения:	=СУММ(B4:B9)	=СУММ(C4:C9)	=СУММ(D4:D9)	=СУММ(E4:E9)	=СУММ(F4:F9)	=СУММ(G4:G9)	
11								
12	<i>Таблица расстояний между городами</i>							
13		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	
14	Краснодар	9999	40	85	49	79	89	
15	Ростов-на-Дону	68	9999	71	38	78	60	
16	Волгоград	38	80	9999	16	43	98	
17	Астрахань	42	36	26	9999	73	37	
18	Грозный	68	64	19	24	9999	60	
19	Ставрополь	18	62	75	53	46	9999	
20								
21	Всего	=СУММПРОИЗВ(B4:G9;B14:G19)						

Рисунок 46 – Документ в режиме просмотр формул

Затем необходимо выполнить команду «**ДАННЫЕ → Поиск решения**» и заполнить появившееся диалоговое окно «Параметры поиска решения» в соответствии с рисунком 47.

После заполнения полей «Оптимизировать целевую функцию», «Изменяя ячейки переменных», «В соответствии с ограничениями» и «Выберите метод решения» нажать кнопку «**Найти решение**».

Решение будет получено и в изменяемых ячейках появятся значения (рисунок 48).

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 47 – Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Задача коммивояжера							
2	<i>Таблица переходов между городами</i>							
3		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	Ограни-
4	Краснодар	0	1	0	0	0	0	чения:
5	Ростов-на-Дону	0	0	0	1	0	0	1
6	Волгоград	0	0	0	0	1	0	1
7	Астрахань	0	0	0	0	0	1	1
8	Грозный	0	0	1	0	0	0	1
9	Ставрополь	1	0	0	0	0	0	1
10	Ограничения:	1	1	1	1	1	1	
11	<i>Таблица расстояний между городами</i>							
12		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	
14	Краснодар	9999	40	85	49	79	89	
15	Ростов-на-Дону	68	9999	71	38	78	60	
16	Волгоград	38	80	9999	16	43	98	
17	Астрахань	42	36	26	9999	73	37	
18	Грозный	68	64	19	24	9999	60	
19	Ставрополь	18	62	75	53	46	9999	
20								
21	Всего	195						

Рисунок 48 – Полученное решение

Однако данное решение является не оптимальным, т. к. произошло заикливание: Краснодар → Ростов-на-Дону → Астрахань → Ставрополь → Краснодар. В маршрут не вошли такие города как Волгоград и Грозный. Поэтому для исключения двух и более цепочек (петли) необходимо добавить еще одно ограничение. Для этого в ячейку **B23** необходимо ввести формулу **=СУММ(B9;C4;D8;E5;F6;G7)** и провести повторный поиск решения, добавив новое ограничение **B23 ≤ 5**.

Оптимальное решение отражено на рисунке 49.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Задача коммивояжера							
2	Таблица переходов между городами							
3		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	Ограничения:
4	Краснодар	0	1	0	0	0	0	1
5	Ростов-на-Дону	0	0	0	0	1	0	1
6	Волгоград	0	0	0	1	0	0	1
7	Астрахань	0	0	0	0	0	1	1
8	Грозный	0	0	1	0	0	0	1
9	Ставрополь	1	0	0	0	0	0	1
10	Ограничения:	1	1	1	1	1	1	
11								
12	Таблица расстояний между городами							
13		Краснодар	Ростов-на-Дону	Волгоград	Астрахань	Грозный	Ставрополь	
14	Краснодар	9999	40	85	49	79	89	
15	Ростов-на-Дону	68	9999	71	38	78	60	
16	Волгоград	38	80	9999	16	43	98	
17	Астрахань	42	36	26	9999	73	37	
18	Грозный	68	64	19	24	9999	60	
19	Ставрополь	18	62	75	53	46	9999	
20								
21	Всего	208						
22								
23		4						

Рисунок 49 – Полученное решение

Вывод. Минимальная стоимость маршрута составила 208 тыс. руб. Маршрут проходит в следующей последовательности: Краснодар → Ростов-на-Дону → Грозный → Волгоград → Астрахань → Ставрополь → Краснодар.

Задание: составить и получить оптимальные параметры

1. Составить экономико-математическую модель по индивидуальному варианту (таблица 38).

Таблица 38 – Варианты индивидуальных заданий

	Номер варианта														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
X ₁₁	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
X ₂₁	43	59	58	37	50	14	12	17	44	44	40	25	14	44	34
X ₃₁	89	59	25	87	93	44	46	78	96	98	16	68	42	88	65
X ₄₁	67	42	50	15	58	85	52	40	33	39	91	21	77	86	95
X ₅₁	67	73	64	55	34	59	82	11	49	28	78	51	31	31	18
X ₆₁	86	39	67	47	80	12	51	15	56	81	97	11	37	53	19
X ₁₂	67	12	38	97	22	13	84	76	87	71	57	20	56	68	38
X ₂₂	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
X ₃₂	18	17	30	44	63	68	55	87	12	87	46	94	32	15	72
X ₄₂	25	80	36	62	97	40	27	95	69	51	23	65	75	30	53
X ₅₂	88	75	13	55	26	34	93	60	78	25	88	33	94	91	78
X ₆₂	88	90	85	84	82	29	83	72	25	59	28	65	16	82	33
X ₁₃	32	67	44	28	91	36	22	65	98	27	78	33	10	65	68
X ₂₃	92	46	87	71	23	27	77	30	11	33	71	64	16	49	46
X ₃₃	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
X ₄₃	22	44	76	66	91	20	50	25	47	87	14	93	70	94	91
X ₅₃	31	52	38	36	45	98	49	53	90	37	46	48	85	70	68
X ₆₃	43	61	12	14	16	96	92	54	44	28	44	52	13	21	10
X ₁₄	92	57	10	23	80	46	94	61	96	16	65	63	28	81	82
X ₂₄	46	26	52	87	10	96	30	21	10	54	16	76	78	75	59
X ₃₄	66	71	71	35	87	51	67	17	92	58	19	31	61	45	32
X ₄₄	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
X ₅₄	41	43	79	54	87	18	89	18	60	55	67	99	89	96	89
X ₆₄	23	81	47	74	71	18	13	30	20	73	66	77	26	28	19
X ₁₅	30	22	23	40	72	36	54	39	28	70	15	45	72	69	19
X ₂₅	48	47	65	53	27	39	62	88	10	86	60	94	92	18	17
X ₃₅	89	53	75	81	30	64	12	41	64	66	38	71	20	91	53
X ₄₅	58	60	26	64	56	37	43	97	92	51	43	55	10	28	78
X ₅₅	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
X ₆₅	71	34	94	42	75	17	24	79	70	25	69	73	38	64	60

Продолжение таблицы 38

1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
x ₁₆	57	34	87	93	50	11	63	14	12	15	68	78	52	31	38
x ₂₆	47	69	71	98	50	21	89	39	84	73	21	78	60	76	77
x ₃₆	28	35	90	25	35	58	13	36	99	45	42	59	14	72	52
x ₄₆	82	67	18	82	24	17	79	98	56	20	15	22	75	68	14
x ₅₆	68	49	96	41	94	24	96	12	55	48	77	91	67	17	92
x ₆₆	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Ответ	180	217	143	232	136	133	168	184	150	217	166	206	153	176	168

2. Найдите путь, стоимость которого минимальна.
3. Предположим, что на этот раз в город Грозный поставка не будет осуществлена. Какой маршрут теперь будет самым экономным.
4. Найдите самый дорогой путь.

8 ЗАДАЧА О МИНИМАЛЬНОМ ПУТИ В ОРИЕНТИРОВАННОМ ГРАФЕ

8.1 Алгоритм решения задачи о минимальном пути в ориентированном графе в MS Excel

В соответствии с договором-поставки транспортная компания «ТрансАвто», обязуется перевести груз из г. Славянск-на-Кубани в г. Армавир. Возможные варианты передвижения автомобиля представлены на рисунке 50.

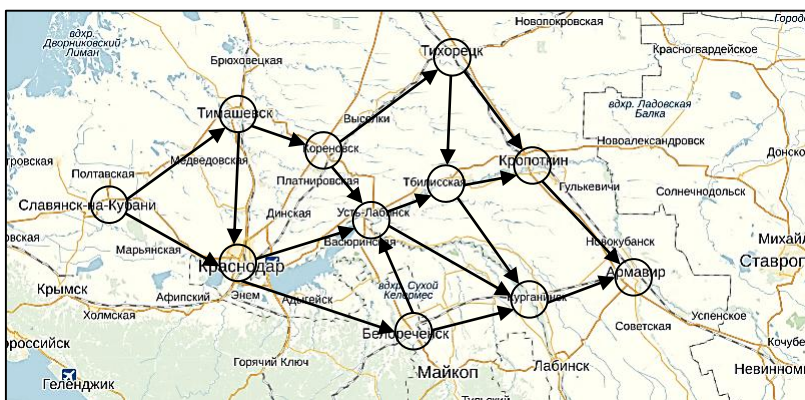


Рисунок 50 – Расположение городов

Расстояние между населенными пунктами представлено в таблице 39.

Таблица 39 – Расстояние между населенными пунктами, км

Населенный пункт	Тимашевск	Краснодар	Кореновск	Усть-Лабинск	Белореченск	Тихорецк	Тбилисская	Курганинск	Кропоткин	Армавир
Славянск-на-Кубани	68	63								
Тимашевск		61	41							
Краснодар				55	80					
Кореновск				28		70				
Усть-Лабинск							34	76		
Белореченск				55				50		
Тихорецк							57		58	
Тбилисская								61	40	
Курганинск										45
Кропоткин										57

Найти маршрут, соединяющий г. Славянск-на-Кубани и г. Армавир, длина которого минимальна.

Для решения задачи необходимо создать новый лист в программе MS Excel. Ввести начальные данные и оформить в соответствии с рисунком 51.

	A	B	C	D	E
1	Задача о минимальном пути в ориентированном графе				
2					
3	Дуга	Из	В	Расстояние	
4	0	Славянск-на-Кубани	Тимашевск	68	
5	0	Славянск-на-Кубани	Краснодар	63	
6	0	Тимашевск	Краснодар	61	
7	0	Тимашевск	Кореновск	41	
8	0	Краснодар	Усть-Лабинск	55	
9	0	Краснодар	Белореченск	80	
10	0	Кореновск	Усть-Лабинск	28	
11	0	Кореновск	Тихорецк	70	
12	0	Усть-Лабинск	Тбилисская	34	
13	0	Усть-Лабинск	Курганинск	76	
14	0	Белореченск	Курганинск	50	
15	0	Белореченск	Усть-Лабинск	55	
16	0	Тихорецк	Тбилисская	57	
17	0	Тихорецк	Кропоткин	58	
18	0	Тбилисская	Кропоткин	40	
19	0	Тбилисская	Курганинск	61	
20	0	Курганинск	Армавир	45	
21	0	Кропоткин	Армавир	57	
22					
23	Узел	Входят	Выходят	Разница	Ограничение
24	Славянск-на-Кубани	0	0	0	-1
25	Тимашевск	0	0	0	0
26	Краснодар	0	0	0	0
27	Кореновск	0	0	0	0
28	Усть-Лабинск	0	0	0	0
29	Белореченск	0	0	0	0
30	Тихорецк	0	0	0	0
31	Тбилисская	0	0	0	0
32	Курганинск	0	0	0	0
33	Кропоткин	0	0	0	0
34	Армавир	0	0	0	1
35					
36	ЦФ:	0			

Рисунок 51 – Исходная таблица

Значения, выделенные начертанием полужирный, означают что в этих ячейках введены формулы, которые представлены на рисунке 52.

	A	B	C	D	E
1	Задача о минимальном пути в ориентированном графе				
2					
3	Дуга	Из	В	Расстояние	
4	0	=A24	=A25	68	
5	0	=A24	=A26	63	
6	0	=A25	=A26	61	
7	0	=A25	=A27	41	
8	0	=A26	=A28	55	
9	0	=A26	=A29	80	
10	0	=A27	=A28	28	
11	0	=A27	=A30	70	
12	0	=A28	=A31	34	
13	0	=A28	=A32	76	
14	0	=A29	=A32	50	
15	0	=A29	=A28	55	
16	0	=A30	=A31	57	
17	0	=A30	=A33	58	
18	0	=A31	=A33	40	
19	0	=A31	=A32	61	
20	0	=A32	=A34	45	
21	0	=A33	=A34	57	
22					
23	Узел	Входят	Выходят	Разница	Ограничение
24	Славянск-на-Кубани	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A24;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A24;A\$4:A\$21)	=B24-C24	-1
25	Тимашевск	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A25;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A25;A\$4:A\$21)	=B25-C25	0
26	Краснодар	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A26;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A26;A\$4:A\$21)	=B26-C26	0
27	Кореновск	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A27;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A27;A\$4:A\$21)	=B27-C27	0
28	Усть-Лабинск	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A28;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A28;A\$4:A\$21)	=B28-C28	0
29	Белореченск	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A29;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A29;A\$4:A\$21)	=B29-C29	0
30	Тихорецк	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A30;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A30;A\$4:A\$21)	=B30-C30	0
31	Тбилисская	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A31;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A31;A\$4:A\$21)	=B31-C31	0
32	Курганинск	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A32;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A32;A\$4:A\$21)	=B32-C32	0
33	Кропоткин	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A33;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A33;A\$4:A\$21)	=B33-C33	0
34	Армавир	=СУММЕСЛИ(C\$4:C\$21;A34;A\$4:A\$21)	=СУММЕСЛИ(B\$4:B\$21;A34;A\$4:A\$21)	=B34-C34	1
35					
36	ЦФ:	=СУММПРОИЗВ(A4:A21;D4:D21)			

Рисунок 52 – Документ в режиме просмотр формул

Необходимо учесть, что в колонке «Ограничение» исходный узел (пункт, город) должен иметь значение «-1», а конечный узел (пункт, город) – «1».

Затем необходимо выполнить команду «**ДАННЫЕ** → **Поиск решения**» и заполнить появившееся диалоговое окно «Параметры поиска решения» в соответствии с рисунком 53.

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 53 – Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

В пункте «**Выберите метод решения**» укажите «**Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ**».

После заполнения полей «Оптимизировать целевую функцию», «Изменяя ячейки переменных», «В соответствии с ограничениями» и «Выберите метод решения» нажать кнопку «**Найти решение**». Решение будет получено и в изменяемых ячейках появятся значения (рисунок 54).

	A	B	C	D	E
1	Задача о минимальном пути в ориентированном графе				
2					
3	Дуга	Из	В	Расстояние	
4	0	Славянск-на-Кубани	Тимашевск	68	
5	1	Славянск-на-Кубани	Краснодар	63	
6	0	Тимашевск	Краснодар	61	
7	0	Тимашевск	Кореновск	41	
8	0	Краснодар	Усть-Лабинск	55	
9	1	Краснодар	Белореченск	80	
10	0	Кореновск	Усть-Лабинск	28	
11	0	Кореновск	Тихорецк	70	
12	0	Усть-Лабинск	Тбилисская	34	
13	0	Усть-Лабинск	Курганинск	76	
14	1	Белореченск	Курганинск	50	
15	0	Белореченск	Усть-Лабинск	55	
16	0	Тихорецк	Тбилисская	57	
17	0	Тихорецк	Кропоткин	58	
18	0	Тбилисская	Кропоткин	40	
19	0	Тбилисская	Курганинск	61	
20	1	Курганинск	Армавир	45	
21	0	Кропоткин	Армавир	57	
22					
23	Узел	Входят	Выходят	Разница	Ограничение
24	Славянск-на-Кубани	0	1	-1	-1
25	Тимашевск	0	0	0	0
26	Краснодар	1	1	0	0
27	Кореновск	0	0	0	0
28	Усть-Лабинск	0	0	0	0
29	Белореченск	1	1	0	0
30	Тихорецк	0	0	0	0
31	Тбилисская	0	0	0	0
32	Курганинск	1	1	0	0
33	Кропоткин	0	0	0	0
34	Армавир	1	0	1	1
35					
36	ЦФ:	238			

Рисунок 54 – Полученное решение

Вывод. В результате получено решение – минимальный маршрут, соединяющий г. Славянск-на-Кубани и г. Армавир: Славянск-на-Кубани → Краснодар → Белореченск → Курганинск → Армавир.

Длина маршрута составит 238 км.

Задание: составить и получить оптимальные параметры

1. Составить экономико-математическую модель по индивидуальному варианту (таблица 40).

Таблица 40 – Варианты индивидуальных заданий

Путь		Расстояние между населенными пунктами, км:														
из	в	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Белореченск	Курганинск	59	61	25	95	58	35	74	78	26	44	84	38	67	82	59
Белореченск	Усть-Лабинск	32	89	96	83	61	25	93	53	61	50	81	72	81	27	76
Короновск	Усть-Лабинск	78	71	46	84	96	32	89	74	87	80	48	55	89	69	49
Короновск	Тихорецк	31	31	66	82	74	34	34	76	40	47	90	82	25	52	63
Краснодар	Усть-Лабинск	49	91	92	63	74	96	34	36	45	93	45	34	30	45	44
Краснодар	Белореченск	61	93	76	97	64	75	30	79	40	94	55	80	33	36	34
Кропоткин	Армавир	98	47	43	39	71	42	49	86	62	28	89	68	63	87	85
Курганинск	Армавир	82	72	71	99	49	28	51	74	47	41	95	70	80	72	49
Славянск-на-Кубани	Тимашевск	76	96	50	71	90	56	83	39	84	31	88	86	48	55	93
Славянск-на-Кубани	Краснодар	96	57	57	77	39	78	94	53	63	66	27	25	62	73	72
Тбилисская	Кропоткин	59	52	44	89	43	76	80	62	77	68	40	62	53	81	47
Тбилисская	Курганинск	48	43	33	36	61	42	40	97	95	91	77	36	78	68	57
Тимашевск	Краснодар	95	74	30	36	74	36	80	86	90	32	28	49	47	85	74
Тимашевск	Короновск	92	97	46	76	33	89	55	39	34	39	26	31	78	87	72
Тихорецк	Тбилисская	87	70	26	66	44	45	71	85	93	60	78	81	48	68	44
Тихорецк	Кропоткин	74	66	47	25	71	71	83	86	41	52	26	49	99	51	36
Усть-Лабинск	Тбилисская	67	77	85	44	60	57	29	91	97	72	37	89	47	49	40
Усть-Лабинск	Курганинск	63	79	36	41	28	81	65	60	49	35	84	98	28	66	53

2. Найти маршрут, соединяющий г. Славянск-на-Кубани и г. Армавир, длина которого минимальна.

3. Предположим, что на участке дороги г. Усть-Лабинск – ст. Тбилисская проводятся ремонтные работы, как изменится маршрут? *(в случае если участок дороги г. Усть-Лабинск – ст. Тбилисская в решение не вошел, выберите любой отрезок, который есть в решении).*

4. Найдите самый длинный маршрут.

9 ЗАДАЧА О МИНИМАЛЬНОМ ПОКРЫВАЮЩЕМ ДЕРЕВЕ В ГРАФЕ

9.1 Алгоритм решения задачи о минимальном покрывающем дереве в графе в MS Excel

ОАО «КубаньАвтодор» является одной из крупнейших дорожно-строительных организаций среди дорожников Краснодарского края, имеет огромный производственный потенциал. Осуществляет комплекс дорожных работ – от земляного полотна до устройства асфальтобетонных покрытий, обустройство дорог: установку и изготовление дорожных знаков, монтаж барьерного ограждения, устройство горизонтальной и вертикальной разметки краской.

Согласно договорным обязательствам ОАО «КубаньАвтодор» должно разработать проект транспортной сети, которая соединяет следующие населенные пункты Краснодарского края: Ейск, Славянске-на-Кубани, Краснодар, Лабинск, Ставрополь, Сальск и Тихорецк (рисунок 55).

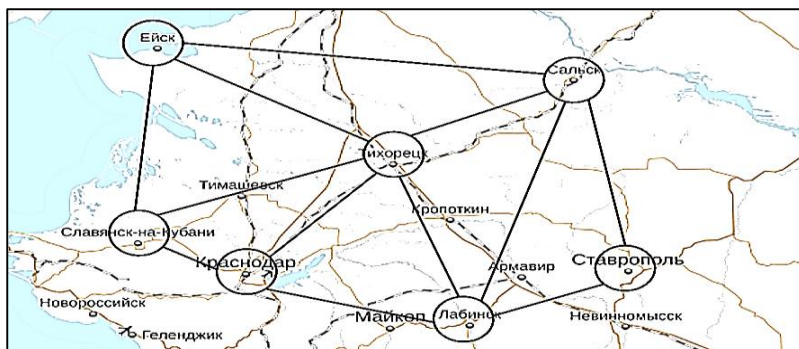


Рисунок 55 – Расположение городов

Стоимость прокладки автодороги между двумя населенными пунктами представлена в таблице 41.

Таблица 41 – Стоимость прокладки автодороги, млрд руб.

Наименование города	Тихорецк	Ейск	Славянск-на-Кубани	Краснодар	Лабинск	Ставрополь
Ейск	135,2					
Славянск-на-Кубани	132,0	128,0				
Краснодар	100,8		56,0			
Лабинск	114,4			120,0		
Ставрополь					88,0	
Сальск	104,0	200,0			168,0	126,4

Определить минимальные затраты на транспортную сеть.

Для решения задачи необходимо создать новый лист в программе MS Excel. Ввести начальные данные и оформить в соответствии с рисунком 56.

	A	B	C	D	E	F
1	Задача о минимальном покрывающем дереве в графе					
2						
3	Путь		Стоимость,	Путь	Населенный пункт	Ограничения:
4	Из	В	млрд. руб.			
5	Славянск-на-Кубани	Ейск	128,0	0	Славянск-на-Кубани	0
6	Славянск-на-Кубани	Тихорецк	132,0	0	Ейск	0
7	Славянск-на-Кубани	Краснодар	56,0	0	Тихорецк	0
8	Ейск	Сальск	200,0	0	Краснодар	0
9	Ейск	Тихорецк	135,2	0	Сальск	0
10	Тихорецк	Краснодар	100,8	0	Лабинск	0
11	Тихорецк	Сальск	104,0	0	Ставрополь	0
12	Тихорецк	Лабинск	114,4	0		
13	Краснодар	Лабинск	120,0	0		
14	Сальск	Ставрополь	126,4	0		
15	Сальск	Лабинск	168,0	0		
16	Лабинск	Ставрополь	88,0	0		
17				0		
18	ЦФ:	0				

Рисунок 56 – Исходная таблица

Значения, выделенные начертанием полужирный, означают что в этих ячейках введены формулы, которые представлены на рисунке 57.

	A	B	C	D	E	F
1	Задача о минимальном покрывающем дереве в графе					
2						
3	Путь		Стоимость,	Путь	Населенный пункт	Ограничения:
4	Из	В	млрд. руб.			
5	=E5	=E6	128,0	0	Славянске-на-Кубани	=СУММ(D5;D6;D7)
6	=E5	=E7	132,0	0	Ейск	=СУММ(D5;D8;D9)
7	=E5	=E8	56,0	0	Тихорецк	=СУММ(D6;D9;D10;D11;D12)
8	=E6	=E9	200,0	0	Краснодар	=СУММ(D7;D10;D13)
9	=E6	=E7	135,2	0	Сальск	=СУММ(D8;D11;D14;D15)
10	=E7	=E8	100,8	0	Лабинск	=СУММ(D12;D13;D15;D16)
11	=E7	=E9	104,0	0	Ставрополь	=СУММ(D14;D16)
12	=E7	=E10	114,4	0		
13	=E8	=E10	120,0	0		
14	=E9	=E11	126,4	0		
15	=E9	=E10	168,0	0		
16	=E10	=E11	88,0	0		
17	=СУММ(D5:D16)					
18	ЦФ:	=СУММПРОИЗВ(C5:C16;D5:D16)				

Рисунок 57 – Документ в режиме просмотр формул

Затем необходимо выполнить команду «**ДАННЫЕ** → **Поиск решения**» и заполнить появившееся диалоговое окно «Параметры поиска решения» в соответствии с рисунком 58.

Рисунок 58 – Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

В пункте «**Выберите метод решения**» укажите «**Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ**».

После заполнения полей «Оптимизировать целевую функцию», «Изменяя ячейки переменных», «В соответствии с ограничениями» и «Выберите метод решения» нажать кнопку **«Найти решение»**. Решение будет получено и в изменяемых ячейках появятся значения (рисунок 59).

	A	B	C	D	E	F
1	Задача о минимальном покрывающем дереве в графе					
2						
3	Путь		Стоимость,	Путь	Населенный пункт	Ограничения:
4	Из	В	млрд. руб.			
5	Славянске-на-Кубани	Ейск	128,0	0	Славянске-на-Кубани	1
6	Славянске-на-Кубани	Тихорецк	132,0	1	Ейск	2
7	Славянске-на-Кубани	Краснодар	56,0	0	Тихорецк	2
8	Ейск	Сальск	200,0	1	Краснодар	1
9	Ейск	Тихорецк	135,2	1	Сальск	3
10	Тихорецк	Краснодар	100,8	0	Лабинск	2
11	Тихорецк	Сальск	104,0	0	Ставрополь	1
12	Тихорецк	Лабинск	114,4	0		
13	Краснодар	Лабинск	120,0	1		
14	Сальск	Ставрополь	126,4	1		
15	Сальск	Лабинск	168,0	1		
16	Лабинск	Ставрополь	88,0	0		
17	6					
18	ЦФ:	881,6				

Рисунок 59 – Полученное решение

Вывод. В результате получено решение – необходимо соединить следующие населенные пункты:

Славянске-на-Кубани –Тихорецк стоимость 132,0 млрд руб.; Ейск – Сальск стоимость 200,0 млрд руб.; Ейск– Тихорецк стоимость 135,2 млрд руб.; Краснодар – Лабинск стоимость 120,0 млрд руб.; Сальск – Ставрополь стоимость 126,4 млрд руб.; Сальск – Лабинск стоимость 168,0 млрд руб. Затраты на данную транспортную сеть будут минимальны и равны 881,6 млрд руб.

Задание: составить и получить оптимальные параметры

1. Составить экономико-математическую модель по индивидуальному варианту.

Таблица 42 – Варианты индивидуальных заданий

Путь		Стоимость прокладки автодороги между двумя населенными пунктами, млрд. руб.														
из	в	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Славянске-на-Кубани	Ейск	164	240	83	158	57	119	153	52	84	65	84	151	231	137	155
Славянске-на-Кубани	Тихорецк	156	152	84	95	80	92	221	238	58	56	55	231	139	86	133
Славянске-на-Кубани	Краснодар	118	106	91	240	58	186	82	156	172	210	233	74	79	112	54
Ейск	Сальск	64	66	97	175	229	188	187	150	209	164	205	201	71	210	164
Ейск	Тихорецк	175	235	140	101	220	196	72	210	136	60	225	226	192	224	61
Тихорецк	Краснодар	241	186	64	165	78	231	232	100	205	222	146	237	112	169	78
Тихорецк	Сальск	73	113	185	80	102	88	182	98	211	66	203	85	81	207	92
Тихорецк	Лабинск	126	84	135	246	234	193	234	126	214	233	70	248	113	243	183
Краснодар	Лабинск	104	193	225	153	59	105	150	130	134	115	60	197	193	50	80
Сальск	Ставрополь	223	139	88	206	140	177	249	116	203	53	201	161	154	64	90
Сальск	Лабинск	148	240	177	187	168	88	130	247	132	131	165	128	153	74	186
Лабинск	Ставрополь	244	198	179	231	111	92	175	217	116	118	131	148	212	66	152

2. Определить минимальные затраты на транспортную сеть.

3. Предположим, что вместо маршрута Лабинск-Сальск будет маршрут Тихорецк – Ставрополь, как изменятся затраты на транспортную сеть.

4. Как изменятся затраты на транспортную сеть, если стоимость любого, полученного в решении маршрута, увеличатся на 50 %.

10 ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ КРИТИЧЕСКОГО ПУТИ В СЕТЕВОМ ГРАФИКЕ (ЗАДАЧА СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ)

10.1 Алгоритм решения задачи нахождения критического пути в сетевом графике в MS Excel

Компания полного цикла ОАО «СтройЮгИнвест» является одной из крупнейших инвестиционно-строительных компаний на рынке жилой и коммерческой недвижимости Краснодарского края и осуществляет три основные функции: генерального инвестора, заказчика и генерального подрядчика. Ключевым направлением деятельности компании является реализация различных инвестиционных и строительных проектов в г. Краснодаре.

Компания принимает решение о строительстве жилого дома. В процессе реализации данного инвестиционного проекта предусмотрен мониторинг текущих затрат и корректировка исходных данных, основных показателей коммерческой эффективности проекта, финансовых результатов и графика финансирования.

Для оценки и обоснования экономической эффективности инвестиционного проекта разработана его экономико-математическая модель. В целях большей наглядности она сопровождается сетевым графиком строительства (рисунок 60).

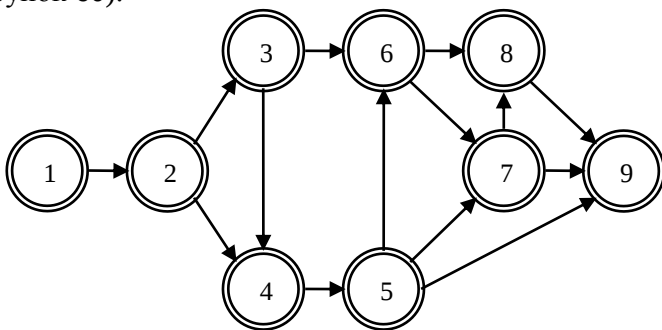


Рисунок 60 – Сетевой график строительства

Наименование событий: 1 – Старт. 2 – Разрешение на строительство. 3 – Заказ материалов. 4 – Начало строительных работ. 5 – Закладывание фундамента. 6 – Подготовка к строительству стен. 7 – Окончание строительства основных элементов 8 – Окончание внешних работ. 9 – Готовность к сдаче.

Характеристика работ сетевого графика строительства жилого дома представлена в таблице 43.

Таблица 43 – Виды работ и их продолжительность

Вид работы	Кодировка (начальное – конечное со- бытие)	Продолжитель- ность, мес.
Проектирование	1–2	6
Подготовка стройплощадки	2–3	2
Заказ материалов	2–4	1
Доставка и подготовка к работе строительной техники	3–4	1
Доставка материалов	3–6	2
Свайные работы	4–5	3
Ограждения территории	5–6	1
Строительство основных элементов	5–7	8
Благоустройство, инфраструктура	5–9	7
Возведение стен	6–7	5
Обустройство подвала	6–8	2
Установка окон	7–8	1
Строительство крыши	7–9	4
Отделочные работы	8–9	4

Рассчитать критический путь, соединяющий событие «Старт» и «Готовность к сдаче», так чтобы длина пути была максимальной.

Для решения задачи необходимо создать новый лист в программе MS Excel. Ввести начальные данные и оформить в соответствии с рисунком 61.

	A	B	C	D	E	F
1		Задача нахождение критического пути в сетевом графике				
2						
3	№	Событие	Вход	Выход	Разница	Ограничение:
4	1	Старт	0	0	0	1
5	2	Разрешение на строительство	0	0	0	0
6	3	Заказ материалов	0	0	0	0
7	4	Начало строительных работ	0	0	0	0
8	5	Закладывание фундамента	0	0	0	0
9	6	Подготовка к строительству стен	0	0	0	0
10	7	Окончание строительства основных элементов	0	0	0	0
11	8	Окончание внешних работ	0	0	0	0
12	9	Готовность к сдаче	0	0	0	-1
13						
14	№	Вид работы	Событие		Дуга	Продолжительность, мес.
15			начальное	конечное		
16	1	Проектирование	1	2	0	6
17	2	Подготовка стройплощадки	2	3	0	2
18	3	Заказ материалов	2	4	0	1
19	4	Доставка и подготовка к работе строительной техники	3	4	0	1
20	5	Доставка материалов	3	6	0	2
21	6	Свайные работы	4	5	0	3
22	7	Ограждения территории	5	6	0	1
23	8	Строительство основных элементов	5	7	0	8
24	9	Благоустройство, инфраструктура	5	9	0	7
25	10	Возведение стен	6	7	0	5
26	11	Обустройство подвала	6	8	0	2
27	12	Установка окон	7	8	0	1
28	13	Строительство крыши	7	9	0	4
29	14	Отделочные работы	8	9	0	4
30						
31		ЦФ:	0			

Рисунок 61 – Исходная таблица

Значения, выделенные начертанием полужирный, означают что в этих ячейках введены формулы, которые представлены на рисунке 62.

1	Задача нахождение критического пути в сетевом графике					
2						
3	№	Событие	Вход	Выход	Разница	Ограничение:
4	1	Старт	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A4;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A4;\$E\$16:\$E\$29)	=D4-C4	1
5	2	Разрешение на строительство	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A5;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A5;\$E\$16:\$E\$29)	=D5-C5	0
6	3	Заказ материалов	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A6;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A6;\$E\$16:\$E\$29)	=D6-C6	0
7	4	Начало строительных работ	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A7;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A7;\$E\$16:\$E\$29)	=D7-C7	0
8	5	Закладывание фундамента	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A8;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A8;\$E\$16:\$E\$29)	=D8-C8	0
9	6	Подготовка к строительству стен	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A9;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A9;\$E\$16:\$E\$29)	=D9-C9	0
10	7	Окончание строительства основных элементов	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A10;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A10;\$E\$16:\$E\$29)	=D10-C10	0
11	8	Окончание внешних работ	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A11;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A11;\$E\$16:\$E\$29)	=D11-C11	0
12	9	Готовность к сдаче	=СУММЕСЛИ(\$D\$16:\$D\$29;A12;\$E\$16:\$E\$29)	=СУММЕСЛИ(\$C\$16:\$C\$29;A12;\$E\$16:\$E\$29)	=D12-C12	-1
13						
14	№	Вид работы	Событие		Дуга	Продолжительность, мес.
15			начальное	конечное		
16	1	Проектирование	1	2	0	6
17	2	Подготовка стройплощадки	2	3	0	2
18	3	Заказ материалов	2	4	0	1
19	4	Доставка и подготовка к работе строительной техники	3	4	0	1
20	5	Доставка материалов	3	6	0	2
21	6	Свайные работы	4	5	0	3
22	7	Ограждения территории	5	6	0	1
23	8	Строительство основных элементов	5	7	0	8
24	9	Благоустройство, инфраструктура	5	9	0	7
25	10	Возведение стен	6	7	0	5
26	11	Обустройство подвала	6	8	0	2
27	12	Установка окон	7	8	0	1
28	13	Строительство крыши	7	9	0	4
29	14	Отделочные работы	8	9	0	4
30						
31	ЦФ:		=СУММПРОИЗВ(E16:F29;F16:F29)			
32						

Рисунок 62 – Документ в режиме просмотр формул

Затем необходимо выполнить команду «**ДАННЫЕ** → **Поиск решения**» и заполнить появившееся диалоговое окно «Параметры поиска решения» в соответствии с рисунком 63.

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 63 – Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

В пункте «**Выберите метод решения**» укажите «**Поиск решения лин. задач симплекс-методом**». После заполнения полей нажать кнопку «**Найти решение**» (рисунок 64).

A	B					C	D	E	F
1	Задача нахождение критического пути в сетевом графике								
2									
3	№	Событие				Вход	Выход	Разница	Ограничение:
4	1	Старт				0	1	1	1
5	2	Разрешение на строительство				1	1	0	0
6	3	Заказ материалов				1	1	0	0
7	4	Начало строительных работ				1	1	0	0
8	5	Закладывание фундамента				1	1	0	0
9	6	Подготовка к строительству стен				0	0	0	0
10	7	Окончание строительства основных элементов				1	1	0	0
11	8	Окончание внешних работ				1	1	0	0
12	9	Готовность к сдаче				1	0	-1	-1
13									
14	№	Вид работы	Событие		Дуга	Продолжитель- ность, мес.			
15			начальное	конечное					
16	1	Проектирование				1	2	1	6
17	2	Подготовка стройплощадки				2	3	1	2
18	3	Заказ материалов				2	4	0	1
19	4	Доставка и подготовка к работе строительной техники				3	4	1	1
20	5	Доставка материалов				3	6	0	2
21	6	Свайные работы				4	5	1	3
22	7	Ограждения территории				5	6	0	1
23	8	Строительство основных элементов				5	7	1	8
24	9	Благоустройство, инфраструктура				5	9	0	7
25	10	Возведение стен				6	7	0	5
26	11	Обустройство подвала				6	8	0	2
27	12	Установка окон				7	8	1	1
28	13	Строительство крыши				7	9	0	4
29	14	Отделочные работы				8	9	1	4
30									
31	ЦФ:					25			

Рисунок 64 – Полученное решение

Вывод. В результате получено решение – максимальный критический путь, соединяющий событие «Старт» и «Готовность к сдаче» состоит из следующих видов работ:

Проектирование – Подготовка стройплощадки – Доставка и подготовка к работе строительной техники – Свайные работы – Строительство основных элементов – Установка окон – Отделочные работы.

Длина критического пути составила 25 мес.

Задание: составить и получить оптимальные параметры

1. Составить экономико-математическую модель по индивидуальному варианту (таблица 44).

Таблица 44 – Варианты индивидуальных заданий

Вид работы	Продолжительность выполнения работ, мес														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Проектирование	3	3	1	2	6	7	2	8	8	6	9	7	2	2	1
Подготовка стройплощадки	4	4	5	8	2	9	1	4	7	8	9	1	1	7	7
Заказ материалов	2	2	4	2	3	3	1	3	2	2	8	4	4	6	2
Доставка и подготовка к работе строительной техники	9	1	1	5	1	2	7	7	1	2	6	4	5	2	7
Доставка материалов	8	5	4	8	8	5	4	8	2	3	3	6	6	3	7
Свайные работы	9	7	2	4	5	1	8	5	4	8	4	7	8	5	2
Ограждения территории	2	5	6	8	6	7	4	6	5	4	9	4	8	4	4
Строительство основных элементов	8	6	8	5	7	6	9	9	5	6	3	7	8	5	7
Благоустройство, инфраструктура	5	5	4	2	1	7	9	3	8	5	6	6	7	2	3
Возведение стен	6	8	2	1	4	4	7	1	5	9	5	3	3	7	9
Обустройство подвала	3	7	3	8	3	1	1	1	4	5	3	1	8	6	3
Установка окон	8	7	4	1	5	4	7	8	6	9	5	8	5	3	9
Строительство крыши	5	3	2	9	3	8	8	2	9	3	8	7	1	1	4
Отделочные работы	1	5	8	6	8	6	3	9	8	2	7	5	9	9	5

2. Рассчитать критический путь, соединяющий событие «Старт» и «Готовность к сдаче», так чтобы длина пути была максимальной.

3. Как изменится критический путь, если продолжительность таких работ как «Подготовка стройплощадки», «Доставка и подготовка к работе строительной техники», «Свайные работы» увеличится на 50 %.

11 ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ В КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ

11.1 Алгоритм решения задачи нахождения оптимальной стратегии в конфликтной ситуации в MS Excel

Конкурирующие компании ООО «Сады Кубани» и ОАО «Кубанские соки» производят: соки и нектары, минеральную питьевую воду, более 20 наименований фруктовых газированных напитков, натуральные витаминизированные фруктово-овощные нектары, ягодные морсы, энергетические напитки. Каждая компания стремится увеличить объемы производства, расширить ассортимент и усовершенствовать технологические процессы. Проведенные исследования показали, что рост продаж соков и нектаров в картонной упаковке, зависит от объема упаковок. В связи с этим необходимо определить типы упаковок, в которых будут реализованы соки и нектары.

Следует учесть, что величина прибыли компании всегда будет равна убыткам конкурента, т.е. суммарная прибыль обеих компаний будет равна нулю (данную ситуацию можно смоделировать как антагонистическую игру).

Прибыль компании ООО «Сады Кубани» в зависимости от стратегии и объема упаковки представлена в таблице 45.

Таблица 45 – Прибыль компании ООО «Сады Кубани» в зависимости от стратегии и объема упаковки

Наименование		Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:				
		125 ml	200 ml	330 ml	500 ml	1000 ml
Сок из зеленых яблок в упаковке	250 ml	22	–7	56	29	–24
	750 ml	–28	–29	36	20	32
	1500 ml	42	–2	–17	3	–8
	2000 ml	–8	49	–29	0	56

Определить оптимальную стратегию копании ООО «Сады Кубани».

Для решения задачи необходимо создать новый лист в программе MS Excel. Ввести начальные данные и оформить в соответствии с рисунком 65.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Задача нахождения оптимальной стратегии в конфликтной ситуации							
2	(матричные игры)							
3			Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:					
4			125 ml	200 ml	330 ml	500 ml	1000 ml	Минимум
5	Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:	250 ml	22	-7	56	29	-24	-24
6		750 ml	-28	-29	36	20	32	-29
7		1500 ml	42	-2	-17	3	-8	-17
8		2000 ml	-8	49	-29	0	56	-29
9			-1	-1	-1	-1	-1	
10	Максимум		42	49	56	29	56	
11								
12	Максимин		-17					
13	Минимакс		29					
14								
15	Ограничения:		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
16								
17	Сок в упаковке							
18	250 ml		0,000					
19	750 ml		0,000					
20	1500 ml		0,000					
21	2000 ml		0,000					
22	ЦФ:		0,000					
23								
24	Сумма:		0,000					

Рисунок 65 – Исходная таблица

Значения, выделенные начертанием полужирный, означают что в этих ячейках введены формулы, которые представлены на рисунке 66.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Задача нахождения оптимальной стратегии в конфликтной ситуации (матричные игры)							
2								
3	Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:							
4			125 ml	200 ml	330 ml	500 ml	1000 ml	Минимум
5	Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:	250 ml	22	-7	56	29	-24	=МИН(C5:G5)
6		750 ml	-28	-29	36	20	32	=МИН(C6:G6)
7		1500 ml	42	-2	-17	3	-8	=МИН(C7:G7)
8		2000 ml	-8	49	-29	0	56	=МИН(C8:G8)
9			-1	-1	-1	-1	-1	
10	Максимум		=МАКС(C5:C9)	=МАКС(D5:D9)	=МАКС(E5:E9)	=МАКС(F5:F9)	=МАКС(G5:G9)	
11								
12	Максимин		=МАКС(H5:H8)					
13	Минимакс		=МИН(C10:G10)					
14								
15	Ограничения:		=СУММПРОИЗВ(\$C18:\$C22;C5:C9)	=СУММПРОИЗВ(\$C18:\$C22;D5:D9)	=СУММПРОИЗВ(\$C18:\$C22;E5:E9)	=СУММПРОИЗВ(\$C18:\$C22;F5:F9)	=СУММПРОИЗВ(\$C18:\$C22;G5:G9)	
16								
17	Сок в упаковке							
18	250 ml		0,000					
19	750 ml		0,000					
20	1500 ml		0,000					
21	2000 ml		0,000					
22	ЦФ:		0,000					
23								
24	Сумма:		=СУММ(C18:C21)					

Рисунок 66 – Документ в режиме просмотр формул

Затем необходимо выполнить команду «**ДАННЫЕ** → **Поиск решения**» и заполнить появившееся диалоговое окно «**Параметры поиска решения**» в соответствии с рисунком 67.

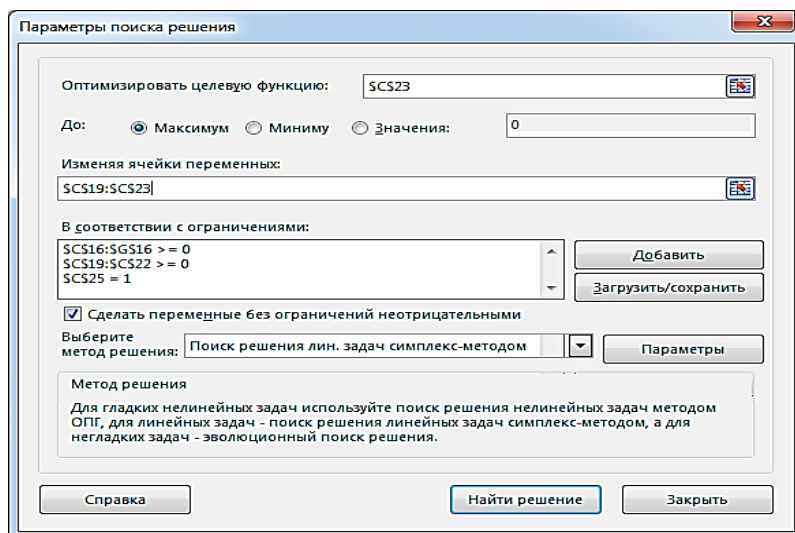


Рисунок 67 – Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

После заполнения всех данных необходимо нажать кнопку «**Найти решение**». Выделите пункт **Устойчивость** и нажмите кнопку **ОК** (рисунок 68).

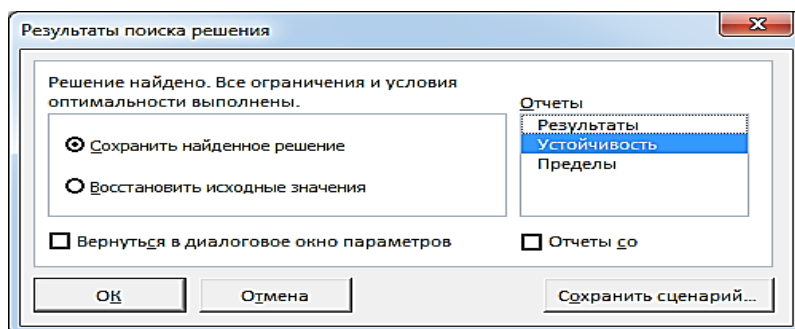


Рисунок 68 – Диалоговое окно «Результаты поиска решения»

Решение будет получено и в изменяемых ячейках появятся значения (рисунок 69).

	A	B	C	D	E	F	G	H					
1	Задача нахождения оптимальной стратегии в конфликтной ситуации												
2	(матричные игры)												
3	Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:												
4	<table><tr><td>125 ml</td><td>200 ml</td><td>330 ml</td><td>500 ml</td><td>1000 ml</td></tr></table>							125 ml	200 ml	330 ml	500 ml	1000 ml	Минимум
125 ml	200 ml	330 ml	500 ml	1000 ml									
5	Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:	250 ml	22	-7	56	29	-24	-24					
6		750 ml	-28	-29	36	20	32	-29					
7		1500 ml	42	-2	-17	3	-8	-17					
8		2000 ml	-8	49	-29	0	56	-29					
9	Максимум		-1	-1	-1	-1	-1						
10			42	49	56	29	56						
11	Максимин		-17										
12													
13	Минимакс		29										
14													
15	Ограничения:		0,00	5,59	0,00	2,10	0,00						
16													
17	Сок в упаковке												
18	250 ml		0,462										
19	750 ml		0,000										
20	1500 ml		0,116										
21	2000 ml		0,422										
22	ЦФ:		11,644										
23													
24	Сумма:		1,000										

Рисунок 69 – Полученное решение

В результате будет получено решение и сформирован «Отчет об устойчивости» (рисунок 70).

Гарантированная прибыль копаний ООО «Сады Кубани» составит 11,644 тыс. руб. Оптимальная смешанная стратегия компании – 250 ml – 0,46; 750 ml – 0,00; 1500 ml – 0,12; 2000 ml – 0,42. Это означает, что компании ООО «Сады Кубани» должна выходить на рынок с продажей соков в упаковке: 250 ml; 1500 ml и 2000 ml, причем производство в упаковках объемом 250 ml и 2000 ml почти в 4 раза больше, чем упаковках 1500 ml.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 15.0 Отчет об устойчивости							
2								
3	Ячейки переменных							
4	ОкончательнПриведенн.Целевая функция Допустимое Допустимое							
5	Ячейка	Имя	Значение	Стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение	
6	\$C\$19	250 ml 125 ml	0,46	0,00	0,00	18,25	4,85	
7	\$C\$20	750 ml 125 ml	0,00	-4,57	0,00	4,57	1E+30	
8	\$C\$21	1500 ml 125 ml	0,12	0,00	0,00	5,23	18,91	
9	\$C\$22	2000 ml 125 ml	0,42	0,00	0,00	41,83	4,90	
10	\$C\$23	ЦФ: 125 ml	11,64	0,00	1,00	1E+30	1,00	
11								
12	Ограничения							
13	Окончательн Тень Ограничение Допустимое Допустимое							
14	Ячейка	Имя	Значение	Цена	Правая сторона	Увеличение	Уменьшение	
15	\$C\$16	Ограничения: 125 ml	0,00	-0,43	0,00	27,16	7,33	
16	\$D\$16	Ограничения: 200 ml	5,59	0,00	0,00	5,59	1E+30	
17	\$E\$16	Ограничения: 330 ml	0,00	-0,20	0,00	11,00	4,33	
18	\$F\$16	Ограничения: 500 ml	2,10	0,00	0,00	2,10	1E+30	
19	\$G\$16	Ограничения: 1000 ml	0,00	-0,37	0,00	22,00	6,62	
20	\$C\$25	Сумма: 125 ml	1,00	11,64	1,00	1E+30	1,00	

Рисунок 70 – Отчет об устойчивости

Из отчета об устойчивости видно (теневая цена таблицы Ограничения), что оптимальная стратегия компании ОАО «Кубанские соки» – 125 ml – 0,43; 200 ml – 0,00; 330 ml – 0,20; 500 ml – 0,00; 1000 ml – 0,37. Это означает, что компании ОАО «Кубанские соки» должна выходить на рынок с продажей соков в упаковке: 125 ml; 330 ml и 1000 ml. Производство в упаковках объемом 125 ml будет осуществлено в размере 43 %; 330 ml – 20 % и 1000 ml – 37 %.

Обе компании должны придерживаться выбранных стратегий, отклонение от данных стратегий ухудшит результативность компании.

Задание: составить и получить оптимальные параметры

1. Составить экономико-математическую модель по индивидуальному варианту (таблицы 46 и 47).

Таблица 46 – Варианты индивидуальных заданий

Наименование		Сок из зеленых яблок в упаковке объемом:				
		125 ml	200 ml	330 ml	500 ml	1000 ml
Сок из зеленых яблок в	250 ml	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₄	X ₁₅
	750 ml	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	X ₂₄	X ₂₅
	1500 ml	X ₃₁	X ₃₂	X ₃₃	X ₃₄	X ₃₅
	2000 ml	X ₄₁	X ₄₂	X ₄₃	X ₄₄	X ₄₅

Таблица 47 – Варианты индивидуальных заданий

	Номер варианта														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X ₁₁	-28	4	18	-18	14	-21	53	42	-3	11	28	31	27	47	8
X ₂₁	21	20	44	-5	30	59	6	-28	-6	54	-12	25	35	55	-15
X ₃₁	29	0	40	-13	49	2	7	6	20	4	24	7	-27	36	-22
X ₄₁	-20	-6	6	20	-25	6	51	-22	-25	8	-30	-18	41	-11	-2
X ₁₂	-13	-17	58	-4	36	-4	31	40	17	4	54	-5	-23	-15	59
X ₂₂	-27	36	-8	53	10	59	-7	-16	7	53	29	39	-14	9	12
X ₃₂	37	19	37	-17	-27	6	28	-29	27	57	36	27	32	1	39
X ₄₂	-3	30	-2	48	-9	-6	19	-17	20	14	-29	-3	-3	35	32
X ₁₃	48	-17	23	-9	6	-6	17	46	-25	7	49	-6	0	-15	58
X ₂₃	2	10	-4	13	58	37	27	-3	4	27	34	-6	38	25	60
X ₃₃	25	19	48	55	48	22	29	2	56	38	-13	58	57	24	-17
X ₄₃	33	22	45	58	-21	39	-16	-2	6	16	-12	53	48	45	28
X ₁₄	21	-16	39	21	44	54	13	10	31	-5	37	46	54	18	-5
X ₂₄	54	-28	-29	7	23	-23	0	57	-18	-7	-21	21	58	5	39
X ₃₄	36	34	-2	37	51	31	38	38	-18	54	21	21	-12	1	16
X ₄₄	21	3	50	-13	-21	-5	9	48	41	2	-14	8	-12	37	37
X ₁₅	46	-22	55	47	-18	32	33	-18	-4	-24	48	0	1	9	18
X ₂₅	5	-8	28	-18	56	-3	-11	14	56	34	-19	37	51	54	31
X ₃₅	-2	10	3	12	-26	14	9	-13	30	14	19	-28	40	22	27
X ₄₅	-26	-21	-26	15	32	45	22	37	38	-27	8	14	50	-14	-1

2. Определить оптимальную стратегию копаний ООО «Сады Кубани».

3. Определить оптимальную стратегию копаний ОАО «Кубанские соки».

12 ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

Краснодарский край расположен на юге европейской части России и входит в состав Южного федерального округа. Он занимает территорию 76 тысяч квадратных километров, или 0,4 процента всей территории России.

Краснодарский край занимает седьмую строчку по объемам номинального ВРП среди российских регионов. Экономика края отличается высокой диверсификацией с преимущественной специализацией в транспортном секторе, сельском хозяйстве, туристско-рекреационной отрасли и обрабатывающей промышленности.

Условные производственные связи между отдельными отраслями края представлены в таблице 48.

Таблица 48 – Исходные данные

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли						Конечная продукция
	Промышленность	Сельское хозяйство	Строительство	Транспорт	Торговля	Финансы	
Промышленность	74,0	86,0	58,0	48,0	46,0	21,0	43,0
Сельское хозяйство	39,0	29,0	70,0	24,0	28,0	84,0	23,0
Строительство	53,0	17,0	70,0	10,0	50,0	17,0	28,0
Транспорт	47,0	42,0	69,0	81,0	19,0	61,0	76,0
Торговля	55,0	17,0	64,0	14,0	13,0	17,0	44,0
Финансы	27,0	90,0	26,0	30,0	66,0	81,0	66,0

Задание:

1. Рассчитать плановые объемы валовой продукции (рост по всем отраслям предусматривается на 5 %) по индивидуальному варианту (таблица 50), величины межотраслевых потоков и условно-чистую продукцию.

2. Как изменятся плановые объемы валовой продукции если конечная продукция сельского хозяйства увеличится на 25 %, а транспорта сократится на 5 %.

Выполните команду: **ДАННЫЕ** → **Поиск решения**.
Заполните в соответствии с рисунком:

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Рисунок 73 – Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

Нажмите кнопку **Найти решение**.

Межотраслевой баланс на 01.01.2014 г.								
А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И
1	Межотраслевой баланс на 01.01.2014 г.							
2	Производящие отрасли	Потребляющие отрасли					Конечная	Валовая
3		Промышленность	Сельское	Строительство	Транспорт	Торговля	Финансы	продукция продукция
4	Промышленность	74,0	86,0	58,0	48,0	46,0	21,0	43,0 376,0
5	Сельское хозяйство	39,0	29,0	70,0	24,0	28,0	84,0	23,0 297,0
6	Строительство	53,0	17,0	70,0	10,0	50,0	17,0	28,0 245,0
7	Транспорт	47,0	42,0	69,0	81,0	19,0	61,0	76,0 395,0
8	Торговля	55,0	17,0	64,0	14,0	13,0	17,0	44,0 224,0
9	Финансы	27,0	90,0	26,0	30,0	66,0	81,0	66,0 386,0
10	Валовая добавочная	81,0	16,0	-112,0	188,0	2,0	105,0	280,0
11	Валовая продукция	376,0	297,0	245,0	395,0	224,0	386,0	1923,0
13	Планируемый межотраслевой баланс на 01.01.2015 г.							
14	Производящие отрасли	Потребляющие отрасли					Конечная	Валовая
15		Промышленность	Сельское	Строительство	Транспорт	Торговля	Финансы	продукция продукция
16	Промышленность	77,7	90,3	60,9	50,4	48,3	22,1	45,2 394,8
17	Сельское хозяйство	41,0	30,5	73,5	25,2	29,4	88,2	24,2 311,9
18	Строительство	55,7	17,9	73,5	10,5	52,5	17,9	29,4 257,3
19	Транспорт	49,4	44,1	72,5	85,1	20,0	64,1	79,8 414,8
20	Торговля	57,8	17,9	67,2	14,7	13,7	17,9	46,2 235,2
21	Финансы	28,4	94,5	27,3	31,5	69,3	85,1	69,3 405,3
22	Валовая добавочная	85,1	16,8	-117,6	197,4	2,1	110,3	294,0
23	Валовая продукция	394,8	311,9	257,3	414,8	235,2	405,3	ПФ 2019,2
25	Коэффициенты прямых материальных затрат							
26	Производящие отрасли	Потребляющие отрасли						
27		Промышленность	Сельское	Строительство	Транспорт	Торговля	Финансы	
28	Промышленность	0,197	0,290	0,237	0,122	0,205	0,054	
29	Сельское хозяйство	0,104	0,098	0,286	0,061	0,125	0,218	
30	Строительство	0,141	0,057	0,286	0,025	0,223	0,044	
31	Транспорт	0,125	0,141	0,282	0,205	0,085	0,158	
32	Торговля	0,146	0,057	0,261	0,035	0,058	0,044	
33	Финансы	0,072	0,303	0,106	0,076	0,295	0,210	

Рисунок 74 – Результаты решения межотраслевого баланса

Таблица 49 – Индивидуальные задания по теме «Экономико-математическая модель межотраслевого баланса»

	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X ₁₁	78	11	54	99	94	20	57	58	44	86
X ₁₂	98	20	14	80	76	93	84	48	79	65
X ₁₃	26	50	37	17	29	12	25	39	64	82
X ₁₄	37	65	67	64	57	48	28	25	95	35
X ₁₅	25	44	23	77	98	59	29	86	88	79
X ₁₆	25	41	47	60	16	95	51	39	45	63
X ₁₇	54	15	51	55	47	96	83	53	73	46
X ₂₁	54	48	36	91	34	40	18	11	37	79
X ₂₂	60	80	94	61	52	81	78	80	26	58
X ₂₃	84	86	63	52	84	19	79	17	22	94
X ₂₄	21	77	18	11	62	66	54	95	63	14
X ₂₅	51	17	51	23	41	21	16	18	28	17
X ₂₆	66	40	93	12	78	54	49	85	50	26
X ₂₇	85	73	21	34	10	31	50	77	86	14
X ₃₁	87	84	91	66	49	80	33	84	75	53
X ₃₂	59	69	65	85	76	16	95	91	52	79
X ₃₃	82	95	19	67	27	52	55	26	89	63
X ₃₄	16	73	71	91	31	74	26	64	58	80
X ₃₅	85	80	21	12	32	79	12	60	39	78
X ₃₆	85	23	22	31	54	80	85	35	81	13
X ₃₇	39	85	17	75	35	96	27	36	66	24
X ₄₁	17	84	47	64	44	53	27	78	85	66
X ₄₂	16	33	95	61	74	65	41	40	88	97
X ₄₃	77	31	22	20	56	69	87	80	84	91
X ₄₄	73	69	46	93	20	23	72	30	97	77
X ₄₅	15	20	13	27	48	54	81	79	61	50
X ₄₆	65	21	17	79	28	29	19	88	17	68
X ₄₇	30	69	82	73	10	52	68	48	51	85
X ₅₁	72	50	92	60	48	72	90	59	97	49
X ₅₂	53	71	30	41	37	34	66	31	42	41
X ₅₃	23	32	28	39	92	11	35	99	55	69
X ₅₄	61	69	49	76	94	48	37	80	81	92
X ₅₅	98	46	75	19	18	37	49	34	48	74
X ₅₆	76	35	75	33	65	30	64	52	10	22
X ₅₇	14	29	85	70	34	44	97	32	72	76
X ₆₁	27	70	19	23	38	24	76	38	73	16
X ₆₂	53	67	87	82	78	94	37	31	71	34
X ₆₃	29	56	81	55	49	55	54	30	97	56
X ₆₄	10	78	14	54	97	32	36	34	44	21
X ₆₅	62	66	15	72	37	72	19	66	67	17
X ₆₆	67	18	49	32	83	53	48	33	91	84
X ₆₇	64	27	98	86	21	84	86	66	75	46

X₁₇, X₂₇, X₃₇, X₄₇, X₅₇, X₆₇ – коэффициенты конечной продукции.

В результате расчетов получено решение – плановый объем валовой продукции составил 2019,2 млн. руб.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование математического аппарата в процессе исследовании социально-экономических систем является мощным и эффективным инструментом, позволяющим моделировать варианты последствий, полученных в результате применения различных управленческих решений. Сложность социально-экономических систем, многообразие процессов, взаимосвязей и взаимозависимостей, протекающих в них, обуславливают применение разнообразных метаматематических методов, используемых при их моделировании.

Математическое моделирование социально-экономических систем является сложным и многоэтаповым процессом, направленным на выявление основных параметров социально-экономической системы, определение зависимых факторов и элементов, сдерживающих их развитие.

Теоретический материал учебного пособия содержит значительное число практических примеров и задач, которые направлены на развитие умений и навыков применения математических моделей в управленческой деятельности специалистов органов государственной и муниципальной власти.

Авторы учебного пособия обращают особое внимание читателя на то, что при разработке экономико-математических моделей следует уделять пристальное внимание их адекватности, а также стараться найти компромисс между простотой ее описания и необходимостью учета многочисленных особенностей, присущих реальной социально-экономической системе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Аналитические модели спроса и потребления.
2. Виды моделирования.
3. Карта безразличия. Уравнения Слуцкого.
4. Классификация экономико-математических дисциплин.
5. Коэффициенты прямых, косвенных и полных затрат.
6. Макроэкономические модели.
7. Математические модели поведения фирмы.
8. Модели баланса доходов и потребления.
9. Модели поведения монополиста на рынке.
10. Модели поведения фирмы при несовершенной конкуренции.
11. Модели поведения фирмы при падении цен на рынке.
12. Модели равновесия К. Эрроу.
13. Модели экономического роста.
14. Моделирование инвестиционных проектов и источников финансирования капитальных вложений.
15. Модель равновесия Л. Вальраса.
16. Модель расширяющейся экономики.
17. Накопление капитала: сущность и виды.
18. Необходимость и информационная основа оценки финансового состояния предприятий.
19. Нормативные методы прогнозирования потребностей.
20. Оптимизация объемов продаж методом сопоставления предельных показателей.
21. Оптимизация объемов производства методом сопоставления валовых показателей.

22. Основное математическое соотношение межотраслевого баланса и его использование в плановых расчетах.
23. Основные модели и концепции оценки капиталовложений
24. Показатели экономической эффективности инвестиционных процессов в статических моделях.
25. Показатели экономической эффективности инвестиционных процессов в динамических моделях.
26. Понятие модели и моделирования.
27. Постановка экономико-математической задачи оптимизации системы параметров аграрного предприятия.
28. Потребности общества и экономика.
29. Принципиальная схема моделирования.
30. Прогнозирование вероятности банкротства фирмы по методике Э. Альтмана.
31. Производство и его современная структура.
32. Производство новой стоимости: его условия и результаты.
33. Простое воспроизводство.
34. Способы оценки платежеспособности и финансовой устойчивости предприятий
35. Статические методы прогнозирования потребностей.
36. Схема динамической модели межотраслевого баланса.
37. Схема экономико-математической модели межотраслевого баланса производства и распределения продукции.
38. Теория дифференциальных оптимумов А. В. Чаянова и моделирование аграрных предприятий.
39. Типы динамических межотраслевых моделей.

- 40. Фирма как объект рыночной экономики и моделирования.
- 41. Функции полезности.
- 42. Функции спроса.
- 43. Характеристика квадрантов межотраслевого баланса.
- 44. Характеристика коэффициентов вложений динамической модели межотраслевого баланса.
- 45. Цели вложения капитала, понятие и виды эффекта и эффективности, необходимость их оценки.
- 46. Экономико-математическое направление научных исследований.
- 47. Экономическая сущность и структура капитальных вложений и инвестиций.
- 48. Экономическая сущность параметризации аграрных предприятий
- 49. Экономическое равновесие.
- 50. Эффективность производства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдюшкин Д. В. Кластерный анализ эффективности с. -х. предприятий республики Мордовия / Д. В. Авдюшкин // Фундаментальные исследования. – 2012. – № 9. – С. 465–469.
2. Автоматизация систем управления предприятий легкой промышленности: отраслевой и региональный аспект / В. В. Филатов, В. Ю. Мишаков, К. С. Задорнов [и др.]. – Москва : Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство)", 2021. – 439 с. – ISBN 978-5-00181-222-7.
3. Агеева О. А. Международные стандарты финансовой отчетности: теория и практика : учебник / О. А. Агеева, А. Л. Ретизова. – М. : Юрайт. – 2014. – 448 с.
4. Агроклиматические ресурсы Краснодарского края / под ред. З. М. Русевой [и др.]. – Л. : Гидрометеиздат, 1975. – 253 с.
5. Амирова, Э. Ф. Влияние экономических санкций на экономику Российской Федерации, контр-санкции, политика импортозамещения / Э. Ф. Амирова // Проблемы аграрной экономики в условиях импортозамещения : Материалы международной научно-практической конференции, Казань, 16–17 мая 2017 года. – Казань: Казанский государственный аграрный университет, 2017. – С. 228-233.
6. Амирова, Э. Ф. Государственное регулирование аграрного сектора в условиях международных санкций / Э. Ф. Амирова // Современные тенденции и инновации в науке и производстве : Сборник материалов VIII международной научно-практической конференции, Междуреченск, 03–04 апреля 2019 года / Ответственный редактор Гвоздкова Татьяна Николаевна. – Междуреченск: Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, 2019. – С. 2041-2045.
7. Амирова, Э. Ф. Оптимизация структуры российского зерно-продуктового подкомплекса АПК / Э. Ф. Амирова // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2007. – Т. 2. – № 1(5). – С. 5-8.
8. Амирова, Э. Ф. Перспективные направления развития агропромышленного производства / Э. Ф. Амирова // Лучшая научная статья 2016 : сборник статей победителей IV международного научно-практического конкурса, Пенза, 30 ноября 2016 года. – Пенза: "Наука и Просвещение" (ИП Гуляев Г.Ю.), 2016. – С. 133-135.

9. Багирова Э. В. Проблемы экологической безопасности в России / Э. В. Багирова, О. В. Кучер // Использование современных технологий в сельском хозяйстве и пищевой промышленности : материалы международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, пос. Персиановский, 28 апреля 2020 года. – пос. Персиановский: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Донской государственный аграрный университет", 2020. – С. 216-218.
10. Багмут А. А. Крестьянские хозяйства в Краснодарском крае / А. А. Багмут, А. З. Рысьмятов, А. Г. Бурда // АПК: Экономика, управление. – 1993. – № 1. – С. 76.
11. Балабанов И. Т. Основы финансового менеджмента : учеб. пособие для средних специальных учебных заведений / И. Т. Балабанов. – 3-е изд., доп. и перераб. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 528 с
12. Бурда А. Г. Развитие и эффективность использования технического потенциала сельского хозяйства Кубани / А. Г. Бурда, С. Н. Косников, О. В. Кучер. – Краснодар : Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, 2019. – 123 с. – ISBN 978-5-00097-927-3.
13. Гранатуров В. М. Экономический риск: сущность, методы измерения, пути снижения : учеб. пособие / В. М. Гранатуров. – М. : Изд-во «Дело и Сервис», 2010. – 85 с.
14. Замотайлова Д. А. Оптимизация перевозок с использованием автоматизированной информационной системы визуального решения транспортных задач / Д. А. Замотайлова, А. Г. Бурда // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ). – 2010. – № 60. – С. 183–190.
15. Зеленская Т. М. Применение методов сетевого планирования и управления в с. -х. производстве / Т. М. Зеленская, Д. В. Ванжула, К. А. Ковалева // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ). – Краснодар : КубГАУ, 2015. – № 05 (109). – Режим доступа : <http://ej.kubagro.ru/2015/05/pdf/39.pdf>.
16. Ибрагимов, Л. Г. Основные проблемы проведения кадастровой оценки земель сельскохозяйственного назначения на примере Республики Татарстан / Л. Г. Ибрагимов, И. Н. Сафиуллин, Э. Ф. Амирова // Вестник Казанского государственного аграрного университета. –

2018. – Т. 13. – № 3(50). – С. 116-121. – DOI 10.12737/article_5bcf57a4bf7079.34058146.

17. Информационные технологии и модельные тренажеры в обучении методам оптимальных решений в агроэкономических системах : монография / А. Г. Бурда [и др.]. – Краснодар : КубГАУ, 2012. – 133 с.

18. Информационные технологии и управление предприятием / В. В. Баронов, Г. Н. Калянов, Ю. Н. Попов, И. Н. Титовский. – М. : Компания АйТи. – 328 с.

19. Ковалева К. А. Анализ востребованности сервисов систем межведомственного электронного взаимодействия многофункционального центра / К. А. Ковалева, Е. В. Попова, С. А. Молошнев // Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов. – Волгоград : ООО «Консалт», 2014. – С. 521–534.

20. Ковалева К. А. Построение системы информационной безопасности / К. А. Ковалева, Р. В. Глущенко // Международный студенческий научный вестник. – 2014. – № 1. – С. 38.

21. Ковалева К. А. Системы информационной безопасности и их построение / К. А. Ковалева, Е. В. Попова // Современные технологии управления. – Киров : Пегас, 2014. – С. 1853–1862.

22. Колеснев С. Г. Систематизация методов оценки уровня продовольственного обеспечения / С. Г. Колеснев // Экономика сельского хозяйства и перерабатывающей продукции. – 2002. – № 7. – С. 15–17.

23. Крутиков В. К. Методология и методика в экономических исследованиях / В. К. Крутиков, Ю. В. Зайцев, О. И. Костина. – Калуга : Эйдос, 2012 – 170 с.

24. Кучер О. В. Конвергенция услуг банков и операторов мобильной связи в условиях информационного общества / О. В. Кучер, А. Г. Бурда // Научное обеспечение агропромышленного комплекса : Сборник статей по материалам X Всероссийской конференции молодых ученых, посвященной 120-летию И. С. Косенко, Краснодар, 26–30 ноября 2016 года / Отв. за вып. А. Г. Коцаев. – Краснодар: Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, 2017. – С. 434-435.

25. Кучер О. В. Основные направления развития технологического потенциала сельского хозяйства РФ / О. В. Кучер, Д. С. Хомицевич // Логистика в АПК: тенденции и перспективы развития : Сборник статей по материалам Всероссийской научной конференции, Новосибирск, 24 апреля 2020 года. – Новосибирск: Издательский Центр Новосибирского государственного аграрного университета "Золотой колос", 2020. – С. 118-120.

26. Кучер О. В. Оценка состояния и динамика изменения ресурсного потенциала сельскохозяйственных организаций Краснодарского края / О. В. Кучер // Инновационные идеи молодых исследователей для агропромышленного комплекса России : Сборник статей Международной научно-практической конференции молодых ученых, Пенза, 19–25 марта 2020 года. – Пенза: Пензенский государственный аграрный университет, 2020. – С. 190-193.

27. Кучер О. В. Совершенствование методических подходов к рейтинговой оценке финансового состояния организаций АПК / О. В. Кучер, С. Н. Косников // Научное обеспечение агропромышленного комплекса : Сборник статей по материалам XI Всероссийской конференции молодых ученых, посвященной 95-летию Кубанского ГАУ и 80-летию со дня образования Краснодарского края, Краснодар, 29–30 ноября 2017 года / Ответственный за выпуск А. Г. Кощаев. – Краснодар: Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, 2017. – С. 253-254.

28. Маслакова П. И. Интегральная оценка финансовой деятельности организаций сферы ритуальных услуг Краснодарского края / П. И. Маслакова, О. В. Кучер // Цифровизация экономики: направления, методы, инструменты : Сборник материалов II всероссийской научно-практической конференции, Краснодар, 20–24 января 2020 года. – Краснодар: Кубанский государственный аграрный университет имени И.Т. Трубилина, 2020. – С. 327-331.

29. Методические рекомендации по разработке прогноза производства и потребления основных видов с.-х. продукции, сырья и продовольствия в стране / А. И. Алтухов, Л. П. Силаева [и др.]. – М. : Ульяновск, 2008. – 135 с.

30. Мирончук В. А. Роль современных информационных технологий в условиях цифровой трансформации / В. А. Мирончук, М. С. Косников // Мобильность и миграция учителей в условиях цифровой и социокультурной трансформации : Материалы Международной научно-практической конференции, Липецк, 16 ноября 2021 года. – Липецк: Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского, 2021. – С. 85-88.

31. Мирончук, В. А. Государственное регулирование органического земледелия: состояние и тенденции развития в России / В. А. Мирончук, С. А. Есаян // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2015. – № 112. – С. 1675-1696.

32. Мирончук, В. А. Государственное регулирование органического земледелия: состояние и тенденции развития в России / В. А.

Мирончук, С. А. Есаян // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2015. – № 112. – С. 1675-1696.

33. Основы научных исследований / Б. И. Герасимов, В. В. Дробышева, Н. В. Злобина, Е. В. Нижегородов, Г. И. Терехова. – М. : ФОРУМ, 2009. – 272 с.

34. Основы научных исследований : учебник / В. И. Крутов, И. М. Грушко, В. В. Попов [и др.]. – М. : Высш. шк., 1989. – 400 с.

35. Палий В. Ф. Международные стандарты учета и финансовой отчетности : учебник / В. Ф. Палий. – М. : Инфра-М, 2007. – 512 с.

36. Параметризация, моделирование и оптимизация конкурентоспособного АПК : монография / А. И. Трубилин, А. Г. Бурда, Г. П. Бурда [и др.]; под ред. И. Т. Трубилина. – Краснодар : КубГАУ, 2012. – 630 с.

37. Перепелица В. А. Визуализация R / S-и Я-траекторий идеальных временных рядов / В. А. Перепелица, Д. А. Тамбиева, К. А. Комиссарова // Научная мысль Кавказа. – 2005. – № 12. – С. 114 – 122.

38. Платонова Н. А. Современные подходы к организации воспроизводства кадров высшей квалификации в аспирантурах вузов / Н. А. Платонова, О. И. Вапнярская // Вестник Ассоциации вузов туризма и сервиса. – 2011. – № 4. – С. 77–82.

39. Погодина И. В. Анализ индикаторов с.-х. развития регионов в рамках реализации общегосударственных задач обеспечения продовольственной безопасности / И. В. Погодина, Д. Ю. Фраймович // Национальная безопасность. – 2012. – № 4. – С. 71–76.

40. Проектирование информационных систем управления бизнес-процессами предприятий мебельной и целлюлозно-бумажной отраслей деревообрабатывающей промышленности : Учебник / В. В. Филатов, В. Ю. Мишаков, А. П. Соколов [и др.]. – Курск : Закрытое акционерное общество "Уни, 2021. – 538 с. – ISBN 978-5-907512-50-4.

41. Пузина Н. В. Анализ научной активности преподавателей омских вузов / Н. В. Пузина // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. – 2014. – № 2 (10). – С. 99–104.

42. Тахумова А. А. Применение математических моделей в сельском хозяйстве / А. А. Тахумова, О. В. Кучер // Глобальная экономика в XXI веке: роль биотехнологий и цифровых технологий : сборник научных статей по итогам работы пятого круглого стола с международным участием, Москва, 15–16 июля 2020 года / Высшая школа

MBA IntegraL. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью "КОНВЕРТ", 2020. – С. 249-251.

43. Тормозов В. С. Алгоритм определения направления движения локализованных объектов транспортных потоков на цифровых космических снимках / В. С. Тормозов, А. Л. Золкин, А. У. Менциев // Программные продукты и системы. – 2021. – № 2. – С. 289-294. – DOI 10.15827/0236-235X.134.289-294.

44. Тормозов В. С. Интеллектуальный подход к задаче информирования и краткосрочного прогнозирования временного ряда в онлайн-режиме / В. С. Тормозов, А. Л. Золкин, А. У. Менциев // Программные продукты и системы. – 2021. – № 3. – С. 399-408. – DOI 10.15827/0236-235X.135.399-408.

45. Шеремет А. Д. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия : учебник / А. Д. Шеремет. – М. : ИНФРА-М, 2008. – 367 с.

46. Экономико-математический анализ воспроизводства и синтез управленческих решений в агропромышленном комплексе : монография / А. Г. Бурда [и др.]. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – 393 с.

47. Application of discrete mathematics, tetralogic and architecture of superscalar systems in measurement metrology of automated control systems / D. I. Fakhertdinova, V. D. Munister, A. L. Zolkin [et al.] // Journal of Physics: Conference Series : II International Scientific Conference on Metrological Support of Innovative Technologies (ICMSIT II-2021), St.Petersburg, 03–06 марта 2021 года. – Krasnoyarsk: IOP Publishing Ltd, 2021. – P. 22009. – DOI 10.1088/1742-6596/1889/2/022009.

48. Grounding of the combination parameters of the agricultural and processing branches of the agricultural enterprises by the operations research method / A. G. Burda, O. Y. Frantsisko, T. P. Baranovskaya, A. I. Trubilin, V. I. Loiko // Journal of Applied Economic Sciences, 2016. – Volume XI, Issue 6(44). – P. 1210–1225.

49. Features of the implementation of artificial intelligence and digital technologies in industrial production: promising directions and modern trends in automation / V. N. Malikov, L. V. Kunigina, V. D. Munister [et al.] // Journal of Physics: Conference Series : II International Scientific Conference on Metrological Support of Innovative Technologies (ICMSIT II-2021), St.Petersburg, 03–06 марта 2021 года. – Krasnoyarsk: IOP Publishing Ltd, 2021. – P. 22012. – DOI 10.1088/1742-6596/1889/2/022012.

Приложение А

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2008612717

**Оптим V 1.1 Решение линейных уравнений симплексным
методом (М-методом)**

Правообладатель(и): **Федеральное государственное
образовательное учреждение высшего профессионального
образования «Кубанский государственный аграрный
университет» (RU)**

Автор(ы): **Косников Сергей Николаевич (RU)**



Заявка № 2008610489

Дата поступления 12 февраля 2008 г.

Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ
30 мая 2008 г.

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной
собственности, патентам и товарным знакам

Б.И. Симонов

Рисунок А1 – Авторское свидетельство о государственной
регистрации программы «Оптим V 1.1»

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СРЕДЕ MS EXCEL И OPTIM	2
2.1 Настройка инструмента «Поиск решения»	4
1.2 Параметры надстройки «Поиск решения»	6
1.3 Постановка задачи и составление математической модели	10
1.4 Решение задачи при помощи MS Excel	15
1.5 Решение задачи при помощи OPTIM V.2	22
2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА	26
2.1 Роль и значение планирования производства в современных условиях	26
2.2 Общая задача оптимального планирования производства	27
3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНЫХ ПЕРЕВОЗОК	36
3.1 Общие сведения о транспортной задаче, описание и область применения	36
3.2 Постановка транспортной задачи	37
3.3 Математическая модель транспортной задачи	38
3.4 Алгоритм решения транспортной задачи в MS Excel	40
3.5 Общие сведения многопродуктовой транспортной задаче	57
3.6 Алгоритм решения многопродуктовой транспортной задачи в MS Excel	57
4 ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ	73
4.1 Общие сведения	73
4.2 Постановка задачи о назначениях	73

4.3 Математическая модель задачи о назначениях	74
4.4 Алгоритм решения задачи о назначениях в MS Excel	76
5 ЗАДАЧА О РАНЦЕ (РЮКЗАКЕ, ЗАГРУЗКЕ)	89
5.1 Алгоритм решения задачи о ранце MS Excel	89
6 ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЙ	95
6.1 Постановка задачи об оптимальном распределении инвестиций MS Excel	95
6.2 Математическая модель задачи об оптимальном распределении инвестиций	96
6.3 Алгоритм решения задачи об оптимальном распределении инвестиций в MS Excel	100
7 ЗАДАЧА КОММИВОЯЖЕРА	107
7.1 Постановка задачи коммивояжера	107
7.2 Математическая модель задачи коммивояжера	107
7.3 Алгоритм решения задачи коммивояжера в MS Excel	111
8 ЗАДАЧА О МИНИМАЛЬНОМ ПУТИ В ОРИЕНТИРОВАННОМ ГРАФЕ	118
8.1 Алгоритм решения задачи о минимальном пути в ориентированном графе в MS Excel	118
9 ЗАДАЧА О МИНИМАЛЬНОМ ПОКРЫВАЮЩЕМ ДЕРЕВЕ В ГРАФЕ	125
9.1 Алгоритм решения задачи о минимальном покрывающем дереве в графе в MS Excel	125
10 ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ КРИТИЧЕСКОГО ПУТИ В СЕТЕВОМ ГРАФИКЕ (ЗАДАЧА СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ)	131

10.1 Алгоритм решения задачи нахождения критического пути в сетевом графике в MS Excel	131
11 ЗАДАЧА НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ В КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ	138
11.1 Алгоритм решения задачи нахождения оптимальной стратегии в конфликтной ситуации в MS Excel	138
12 ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА	145
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	151
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	152
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	155

У ч е б н о е и з д а н и е

Косников Сергей Николаевич
Добровольский Александр Григорьевич
Золкин Александр Леонидович

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Учебное пособие

В авторской редакции

Подписано в печать 02.02.2022. Формат 60 × 84 ¹/₁₆.

Усл. печ. л. – 10,3. Уч.-изд. л. – 10,0.

Тираж 500 экз. Заказ № 31.

Отпечатано в типографии издательства «Новация»
г. Краснодар, ул. Фадеева, 429. Тел. +7 961 52 36 146.
info@file-maker.ru file-maker.ru